

106 年公務人員高等考試試題鋼筋混凝土學與設計參考解答

- 一、(一)一般鋼筋混凝土簡支梁的混凝土開裂產生裂紋之主要模式那些？請試述其破壞行為，並說明其發生的原因、位置及條件。(12分)
- (二)若鋼筋混凝土梁矩形斷面為單筋梁，混凝土規定強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ 。何謂平衡鋼筋比？此斷面之平衡鋼筋比為何？依規範規定如何定義縱向鋼筋最大鋼筋比？此斷面之縱向鋼筋最大鋼筋比為何？(13分)

• 106 年土木高考試題 •

問題剖析

1. 梁的裂縫分成撓曲裂縫、撓剪裂縫與腹剪裂縫三種。
2. 平衡應變鋼筋比意指梁在此鋼筋比下會恰好產生平衡應變破壞，混凝土受壓外緣應變恰達 0.003 且鋼筋與此同時達到降伏的應變狀態。
3. 梁最大鋼筋比意指梁在此鋼筋比下破壞時最外層拉力筋的應變會恰好等於 0.004。

參考解答

(一) 梁之裂縫的種類

(1) 撓曲裂縫 (Flexural crack)

撓曲裂縫發生於彎矩較大、剪力小之處。如圖(a)所示，混凝土的拉力強度甚低，一旦達到破裂應力隨即開裂形成撓曲裂縫。雖然裂縫總是從拉力側產生，但只要斷面上有剪力存在，裂縫會由直變斜地一路向上延伸，但不會很陡。

撓曲裂縫對應開裂模數 $f_r = 2.0\sqrt{f'_c} \text{ kgf/cm}^2$ ，只要拉應力超過 f_r ，撓曲裂縫就會發生。

(2) 撓剪裂縫 (Flexural-shear crack)

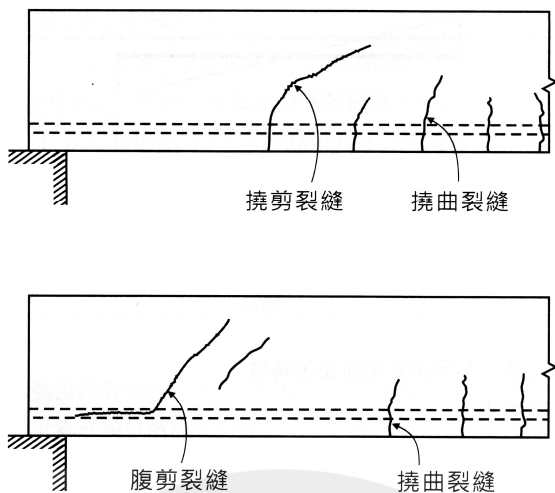
撓剪裂縫發生於彎矩較大、剪力也大之處。通常是由斷面受拉側先因彎矩作用產生撓曲裂縫，裂縫延伸至中性軸附近後，因彎矩較小、剪應力相對較大，故裂縫轉向與水平約成 45° 成爲斜拉裂縫。此類裂縫因由撓曲裂縫發展產生，故稱爲撓剪裂縫。

撓剪裂縫對應的剪應力強度約爲 $\tau_{cr} = V_{cr}/(b_w d) = 0.5\sqrt{f'_c} \text{ kgf/cm}^2$ ，只要斷面的作用剪應力超過 $0.5\sqrt{f'_c} \text{ kgf/cm}^2$ ，撓剪裂縫就會發生。

(3) 腹剪裂縫 (Web-shear crack)

腹剪裂縫發生於彎矩較小、但剪力較大之處。由材料力學可知在梁構件同一斷面中，以中性軸附近剪應力最大，若剪應力值超過混凝土剪力強度即會產生斜拉裂縫。此類裂縫因產生於梁腹中立軸附近，故稱爲腹剪裂縫。

腹剪裂縫對應的剪應力強度約爲 $\tau_{cr} = V_{cr}/(b_w d) = 0.93\sqrt{f'_c} \text{ kgf/cm}^2$ ，只要斷面的作用剪應力超過 $0.93\sqrt{f'_c} \text{ kgf/cm}^2$ ，腹剪裂縫就會發生。



圖(a) 撓曲裂縫、撓剪裂縫與腹剪裂縫

(二) 縱向鋼筋平衡鋼筋比與最大鋼筋比

1. 單筋梁平衡鋼筋比

(1) 平衡鋼筋比定義

平衡應變鋼筋比意指梁在此鋼筋比下會恰好產生平衡應變破壞，混凝土受壓外緣應變恰達 0.003 且鋼筋於此同時達到降伏的應變狀態。注意題目要求鋼筋「比」不是鋼筋量，梁的拉力鋼筋比為拉力鋼筋量÷有效斷面積。

(2) 計算平衡應變鋼筋比

$$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2, \text{ 採 } \epsilon_y = 0.002, c_b = 0.6d。$$

$$f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2, \beta_1 = 0.85, a_b = (0.85)(0.6d) = 0.51d。$$

$$\text{由斷面拉壓力平衡 } C_{cb} = T_b \Rightarrow (0.85f'_c)(a_b)(b) = (A_{sb})(f_y)。$$

$$A_{sb} = (0.85 \times 280 / 4200)(0.51d)(b) = 0.0289bd, \rho_b = A_{sb} / (bd) = 0.0289。 \quad \leftarrow$$

2. 單筋梁最大鋼筋比

(1) 最大鋼筋比定義

梁最大鋼筋比意指梁在此鋼筋比下破壞時最外層拉力筋的應變 ϵ_t 會恰好等於 0.004。規範要求梁要有適度延展性 $\epsilon_t \geq 0.004$ ，因鋼筋量 A_s 與拉力筋應變 ϵ_s 成反比，當 $\epsilon_t \geq 0.004$ 表示 A_s 要小於某一個臨界鋼筋量，這個臨界鋼筋量就是梁的最大鋼筋量 $A_{s,max}$ 。若用鋼筋比表示 ρ 要小於某一個臨界鋼筋比，這個臨界鋼筋比就是梁的最大鋼筋比 ρ_{max} 。

(2) 計算最大鋼筋比

$$\text{假設鋼筋採單排配置 } d = d_t, c_{0.004} = (3/7)(d), a_b = 0.85 \times 3d/7。$$

$$\text{由斷面拉壓力平衡 } C_{c,0.004} = T \Rightarrow (0.85f'_c)(a_{0.004})(b) = (A_{s,0.004})(f_y)。$$

$$A_{s,max} = A_{s,0.004} = (0.85 \times 280)(0.85 \times 3d/7)(b) / 4200 = 0.0206bd。$$

$$\rho_{max} = A_{s,max} / (bd) = 0.0206。 \quad \leftarrow$$

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型 [P2-46、P2-50、P7-4]”

二、懸臂短梁跨長 2 m，梁寬 $b = 30$ cm，深度 $h = 55$ cm，採用混凝土強度 $f'_c = 210$ kgf/cm²，上層縱向鋼筋採用 4 根 D25（直徑 $d_b = 2.54$ cm，截面積 $a_b = 5.067$ cm²， $f_y = 4,200$ kgf/cm²）單層排列，箍筋採用 D10（直徑 $d_s = 0.953$ cm，截面積 $a_s = 0.713$ cm²， $f_y = 2,800$ kgf/cm²），混凝土保護層依規範要求之最小值計算。請檢驗此梁配筋之鋼筋排列淨間距是否符合規範要求？所對應之強度折減係數 ϕ 值為何？若此梁承受設計均佈載重 w_u ，試求解此梁所能承受之最大設計均佈載重 w_u 。（25 分）

• 106 年土木高考試題 •

問題剖析

1. 梁主筋的間距檢核包含主筋最小淨間距以及裂縫控制所需的主筋最大中心距兩者。
2. 強度折減因數與最外層拉力筋的應變 ϵ_t 有關，拉控斷面 $\phi = 0.9$ ，過渡斷面 ϕ 要內插。
3. 先算出梁設計彎矩強度 ϕM_n 後即可反算梁上最大因數化均布載重。

參考解答

(一) 梁主筋的間距檢核

1. 梁主筋最小淨間距檢核

規範規定構件同一層的主筋淨間距不能過小，過小的主筋淨間距將妨礙混凝土充填至鋼筋之間而讓混凝土無法充好充滿，規範規定梁同一層的主筋最小淨間距不小於 ①1 倍主筋直徑 (d_b)、②2.5cm、③1.33 倍的粗骨材最大粒徑 ($1.33d_{agg}$)。題目未給定粗骨材最大粒徑，僅考慮前兩者即可。 $s_{bn,min} = \max\{2.54, 2.5\text{cm}\} = 2.54$ cm。

實際的梁主筋淨間距為 $s_{bn} = (30 - 4 \times 2 - 0.953 \times 2 - 2.54 \times 4) / 3 = 3.311$ cm，大於 $s_{bn,min} = 2.54$ cm，故梁主筋淨間距滿足規範規定。

2. 裂縫控制所需的梁主筋最大中心距檢核

拉筋的工作拉應力採用 $f_s = 2f_y/3$ 簡算式， $f_s = 2 \times 4200/3 = 2800$ kgf/cm²。

c_c 要代入主筋表面至最接近底面之淨厚度， $c_c = 4 + 0.953 = 4.953$ cm。

$$s_{b,max} = \min\left\{\left(38\right)\left(\frac{2800}{2800}\right) - (2.5)(4.953), (30)\left(\frac{2800}{2800}\right)\right\} = \min\{25.618, 30\} = 25.618 \text{ cm}。$$

鋼筋實際配置中心距

$s_b = [30 - (2)(4) - (2)(0.953) - 2.54] / 3 = 5.851 < (s_{b,max} = 25.618 \text{ cm})$ ，滿足規範裂縫控制的規定。

綜上所述，梁主筋間距滿足規範規定

◀

(二) 梁的強度折減因數**1. 計算中性軸深度**

(1) 計算有效深度

$$d = 55 - 4 - 0.953 - 2.54/2 = 48.777 \text{ cm}。$$

(2) 計算中性軸深度

$$\text{設拉筋降伏，壓力塊深度 } a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{(4 \times 5.067)(4200)}{(0.85)(210)(30)} = 15.896 \text{ cm}。$$

中性軸深度 $c = 15.896/0.85 = 18.701 \text{ cm}$ 。主筋單層配置

主筋單層配置 $\varepsilon_t = \varepsilon_s = (0.003/18.701)(48.777 - 18.701) = 0.00482 > (\varepsilon_y = 0.002)$ ，已降伏假設正確。

2. 計算強度折減因數

$$\varepsilon_t = 0.00482，\text{屬於過渡斷面。}\phi = 0.65 + (0.25/0.003)(0.00482 - 0.002) = 0.885。 \quad \blacktriangleleft$$

(三) 梁能承受的最大因數化均布載重計算**1. 設計彎矩強度**

$$C_c = T = (4 \times 5.067)(4.2) = 85.126 \text{ tf}。$$

對主筋重心的力臂 $jd = 48.777 - (0.5)(15.896) = 40.829 \text{ cm}$ 。對鋼筋重心取力矩

$$\phi M_n = (0.885)(85.126)(40.829)/100 = 30.759 \text{ tf-m}。$$

2. 反算因數化均布載重

$$\text{懸臂梁在固端有最大彎矩 } M_u = (w_u)(2)^2/2 = 2w_u \text{ tf-m}。$$

$$(\phi M_n = 30.759) \geq (M_u = 2w_u) \Rightarrow w_u \leq 15.38 \text{ tf/m}，w_{u,\max} = 15.38 \text{ tf/m}。$$

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型〔P2-55〕”

“鋼筋混凝土試題精選〔P2-41〕”

實力題型班熱力登場

【考試重點整理】+【歷屆考題詳解】+【最新趨勢剖析】

• 您是考場老生嗎？

每次總差個幾分，不想再年復一年吧！

讓實力題型班為您補上臨門一腳，助您順利過關！

• 您是考場新手嗎？

感覺時間不夠用，進度嚴重落後，怎麼辦？

實力題型班幫您精準抓題，讓您輕鬆達陣！

• 9/4 起各科陸續開課，敬請把握舊制最後機會，先搶先贏喔！

三、已知一方形基腳 $400\text{ cm} \times 400\text{ cm}$ ，其上支承之內柱斷面為 $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ ，假設基腳厚為 85 cm ，有效厚度 $d = 75\text{ cm}$ 。承載靜載重 $P_d = 175\text{ tf}$ 、活載重 $P_l = 140\text{ tf}$ 。若 $f'_c = 210\text{ kgf/cm}^2$ ，試問此基腳厚度是否足夠？(25分)

$$\begin{aligned} \text{參考資料：} V_u &\leq 0.265 \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \sqrt{f'_c b_o d} \\ &\leq 0.265 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o} \right) \sqrt{f'_c b_o d} \quad \alpha_s = \begin{cases} 40 & (\text{內柱時}) \\ 30 & (\text{邊柱時}) \\ 20 & (\text{角柱時}) \end{cases} \\ &\leq 1.06 \sqrt{f'_c b_o d} \end{aligned}$$

• 106 年土木高考試題 •

問題剖析

簡單的正方形獨立基腳強度檢核，正方形基腳都是穿孔剪力控制厚度，但考生還是要檢核梁式剪力以免被誤認為思慮不週而扣分。因為沒有給主筋配置故也不用檢核彎矩強度。

參考解答

1. 計算因數化地盤反力

$$P_u = 1.2P_d + 1.6P_l = 1.2 \times 175 + 1.6 \times 140 = 434\text{ tf}; \quad q_u = 434 / (4 \times 4) = 27.125\text{ tf/m}^2。$$

2. 檢核穿孔剪力強度是否足夠

(1) 臨界斷面穿孔剪力作用值

基腳與柱都是正方形

$$V_{u,2} = (q_u) [b^2 - (b_c + d)^2] = (27.125) [4^2 - (0.5 + 0.75)^2] = 391.617\text{ tf}。$$

(2) 設計穿孔剪力強度

正方形柱穿孔剪力破壞體的平面周長 $b_o = (4)(b_c + d) = (4)(50 + 75) = 500\text{ cm}$ 。

穿孔剪力破壞面積 $b_o d = (500)(75) = 37500\text{ cm}^2$ 。

正方形柱 $\beta_c = 1.0$ ，屬於內柱 $\alpha_s = 40$ 。

$$\phi V_{n,2} = (0.75) \min \left\{ \begin{array}{l} (1.06) \\ (0.53 + 1.06/1.0) \\ (0.53 + 0.265 \times 40 \times 75/500) \end{array} \right\} \frac{(\sqrt{210})(37500)}{1000} = 432.024\text{ tf}。$$

由一般穿孔剪力強度控制。

(3) 檢核強度是否足夠

$\phi V_{n,2} = 432.024\text{ tf} > V_{u,2} = 391.617$ ，強度與版厚足夠。

3. 檢核梁式剪力強度是否足夠

(1) 計算梁式剪力作用值

梁式剪力臨界面在距柱面 d 處， $V_{u,1} = (27.125)(4)(0.5 \times 4 - 0.5 \times 0.5 - 0.75) = 108.5 \text{ tf}$ 。

(2) 計算梁式剪力強度

$$\phi V_{n,1} = (0.75)(0.53)(\sqrt{210})(400 \times 75) / 1000 = 172.81 \text{ tf}$$

(3) 檢核梁式剪力強度是否足夠

$\phi V_{n,1} = 172.81 > V_{u,1} = 108.5$ ，強度與版厚足夠。

綜上所述，此基腳的厚度足夠。

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型 [P11-18,P11-19]”

全面升級～實力給您前所未有的影音饗宴

【價格不變】服務再提升～設備更升級

「補課更便利」-VOD 系統設備

「操作更簡捷」-智慧課程列表

「選課更輕鬆」-快速選課功能

「畫質更清晰」-高畫質高解析

「看片更流暢」-影片倍速播放

【實力多元輔導資源】

跟隨課程進度，安排精選考題

自我模擬演練，加強獨立思考

再透過線上 & 現場讀書會

彼此觀念研討、經驗交流！

有效的複習才能厚植實力！

實力歡迎您的加入～

$$K_{tr} = \frac{(A_{tr})(f_{yt})}{(105)(s)(n)} = \frac{(1.426)(2800)}{(105)(20)(4)} = 0.475。$$

$$(c_b + K_{tr})/d_b = (3.812 + 0.475)/2.22 = 1.931 < 2.5。$$

$$l_{d,req} = \frac{(0.28)(2.22)(4200)}{\sqrt{210}} \left(\frac{1.3}{1.931} \right) = 121.286 > 30\text{cm}。$$

$(l_d = 152.5\text{cm}) > (l_{d,req} = 121.286\text{cm})$ ，右邊直線伸展長度足夠。

2. 柱面上端主筋左邊彎鉤伸展檢核

柱面上端主筋左邊實際埋置的彎鉤伸展長度為 $l_{dh} = 50 - 5 = 45\text{cm}$ 。

$$\text{彎鉤伸展需要長度公式為 } l_{dh,req} = \frac{0.075d_b f_y}{\sqrt{f'_c}} (\psi_e)(\psi_i)(\psi_c)(\psi_a)(\lambda) \geq \max\{8d_b, 15\text{cm}\}。$$

無環氧樹脂塗布、非輕質混凝土、無超量配筋。柱內無橫向箍筋不使用橫向箍筋修正因數，合理假設在柱內的垂直彎鉤平面的側面保護層厚度大於 6.5 cm，且 90° 彎鉤自由段的保護層滿足大於等於 5 cm， $\psi_i = 0.7$ 。綜上所述只有 $\psi_i = 0.7$ 可用。

$$l_{dh,req} = \frac{(0.075)(2.22)(4200)}{\sqrt{210}} (0.7) = 33.779 > \max\{17.76\text{cm}, 15\text{cm}\}。$$

$(l_{dh} = 45\text{cm}) > (l_{dh,req} = 33.779\text{cm})$ ，左邊彎鉤伸展長度足夠。

綜上所述，臨界面柱面上端主筋雙邊伸展長度足夠。 <

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型 [P9-16, P9-19] ”

【實力小叮嚀】

實力特別提醒您，
別錯過報名時間喔！
專技高考：8/1~8/10
地方特考：9/12~9/21
皆以網路報名呦~

【對的選擇~逆轉人生】

考試總找不到要領嗎？

上榜總是微分之差嗎？

奮鬥多年仍未上榜嗎？

您需要的是實力給您最佳的作戰計畫

【題型班】+【模考總複習】+【全真模擬考】