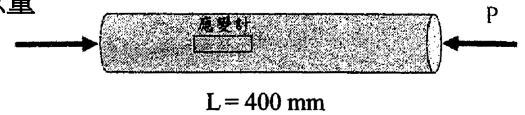


106 年地方政府公務人員四等考試靜力學與材料力學參考解答

一、有一鋁管，長度 400 mm，承受 P 之壓力載重，鋁管之外徑與內徑分別為 60 mm 與 50 mm。有一應變計貼在鋁管之外表面，用以量測軸向應變，請問：



(一)假如量到之應變為 550×10^{-6} ，請計算壓縮變形量。(10 分)

(二)假如壓應力為 40 MPa，請計算壓力 P 。(15 分)

• 106 年四等特考試題 •

問題剖析

(1)已知

- 幾何性質： $L = 400 \text{ mm}$ ， $d_1 = 60 \text{ mm}$ ， $d_2 = 50 \text{ mm}$
- 軸向應變： $\varepsilon = 550 \times 10^{-6}$
- 軸向壓應力： $\sigma = 40 \text{ MPa}$

(2)待求

- 壓縮變形量 δ
- 壓力 P

(3)思路

- (應變) $\rightarrow$ (變形)
- (應力) $\rightarrow$ (內力) $\rightarrow$ (外力)

參考解答

(1) (應變) $\rightarrow$ (變形)

- 依據變形與應變的關係

$$\delta = \varepsilon \times L = (550 \times 10^{-6}) \times 400 = 0.22 \text{ mm}$$

(2) (應力) $\rightarrow$ (內力) $\rightarrow$ (外力)

- 依據軸向應力公式

$$P = \sigma \times A = \frac{\pi}{4} (60^2 - 50^2) \times 40 = 34558 \text{ N}$$

Ans：(1)壓縮變形量 $\delta = 0.22 \text{ mm}$

(2)壓力 $P = 34558 \text{ N}$

【土木粉絲專頁宣言】

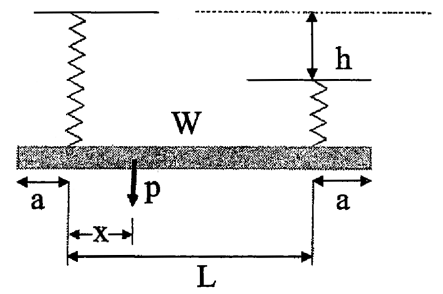
實力土木為提供更專業的服務，針對四大類科《結構分析》、《結構設計》、《大地工程》、《管理施工》建立專業資訊的交流平台！
有興趣探討土木建築專業的朋友們，不論是準備考試、學校課業、學術研討或工程實務等相關議題，歡迎共同提出並參與討論哦～
藉此可以厚植個人的專業實力，
希望各位朋友們一起來分享！

※【資料來源】：本題請參考“實力材料力學《系統剖析》上冊〔P2-7〕”

【土木專業入門先修班】

學習土木專業科目之前必備的
基礎力學、基礎數學、微積分、工程數學，
讓您能先打好基礎以銜接明年初的專業課程
欲參加者，請至櫃檯報名繳費
並上實力粉絲專頁填寫表單
表單連結網址：goo.gl/vcoh3D
《滿額即開班》

二、有一均勻鋼棒自重 $W = 25 \text{ N}$ ，左右各懸一根彈簧，左邊彈簧 $K_1 = 300 \text{ N/m}$ ，原始長度 $L_1 = 250 \text{ mm}$ 。右邊彈簧 $K_2 = 400 \text{ N/m}$ ，原始長度 $L_2 = 200 \text{ mm}$ ，兩組彈簧間之距離為 $L = 350 \text{ mm}$ 。二彈簧距鋼棒兩端距離都為 a ，另外，右邊彈簧懸掛位置與左邊高度相差 $h = 80 \text{ mm}$ ，如果有一外力 $P = 18 \text{ N}$ ，作用在距離左邊彈簧 x 位置處，請計算可以讓鋼棒保持水平之 x 值。(25 分)



• 106 年四等特考試題 •

問題剖析

注意一開始鋼棒就不是水平的，因作用位置未知、彈簧拉力大小也未知，先用 x 函數表示彈簧拉力並算出伸長量後，利用最終呈水平狀態列出變形方程式反算。

參考解答

1. 先算兩彈簧拉力與伸長量

設左彈簧拉力為 N_1 ；右彈簧拉力為 N_2 。務必注意鋼棒自重位於桿件中央的重心（形心）。

$$N_1 = [(25)(350/2) + (18)(350 - x)] / 350 = 30.5 - 0.05143x \text{ N}。$$

$$K_1 = 300 \text{ N/m} = 0.3 \text{ N/mm}。 \delta_1 = N_1 / K_1 = (30.5 - 0.05143x) / 0.3 = 101.667 - 0.1714x \text{ mm}。$$

$$N_2 = [(25)(350/2) + (18)(x)] / 350 = 12.5 + 0.05143x \text{ N}。$$

$$K_2 = 400 \text{ N/m} = 0.4 \text{ N/mm}。 \delta_2 = N_2 / K_2 = (12.5 + 0.05143x) / 0.4 = 31.25 + 0.1286x \text{ mm}。$$

2. 利用變形條件反算 P 力作用位置

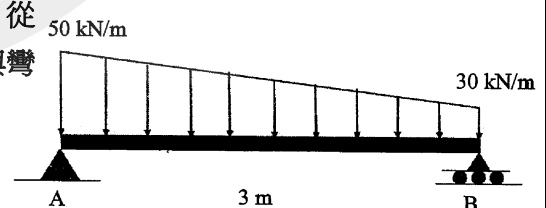
注意一開始鋼棒就不是水平的，右端較低、左端較高，右端比左端低 30mm。依題意兩彈簧伸長後呈水平狀態，可列出變形方程式 $250 + \delta_1 = 80 + 200 + \delta_2$ 。

$$\Rightarrow \delta_1 - \delta_2 = 30 = (101.667 - 0.1714x) - (31.25 + 0.1286x) = 70.417 - 0.3x。$$

$$\Rightarrow x = 134.723 \text{ mm}。$$

※【資料來源】：本題請參考“實力材料力學《系統剖析》上冊〔P2-56〕”

三、一簡支梁 AB 長度 3 m，承受一梯形載重，載重呈線性變化，從 A 點之 50 kN/m 到 B 點之 30 kN/m，請計算梁中點之剪力 V 與彎矩 M 。(25 分)



• 106 年四等特考試題 •

問題剖析

屬於簡支梁承受線性分佈載重計算特定點剪力與彎矩，應先算出反力在直接切開梁中點後計算剪力與彎矩。要注意分佈力的合力大小與作用位置。

參考解答

1. 先算反力

梁無水平外力， A 、 B 點支承僅有垂直反力，假設反力方向皆朝上。畫出圖(a)整體分離體，為方便計算力臂，將梯形線性分布載重分成兩個三角形。大三角形合力 $F_1 = (0.5)(50)(3) = 75 \text{ kN}$ ；小三角形合力

$F_2 = (0.5)(30)(3) = 45 \text{ kN}$ ，對 A 點取力矩。

$$[+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0]: (R_B)(3) - (75)(1) - (45)(2) = 0 \Rightarrow R_B = 55 \text{ kN} (\uparrow)。$$

$$[+\uparrow \Sigma F_y = 0]: R_A + R_B - 75 - 45 = 0 \Rightarrow R_A = 65 \text{ kN} (\uparrow)。$$

2. 計算梁中點處的剪力與彎矩值

(1) 計算關鍵點剪力與彎矩值

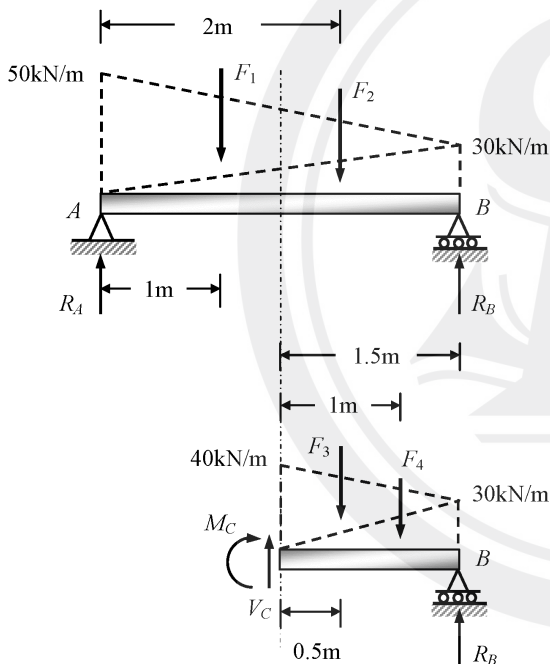
梁中點 C 其上的分佈載重值為 40 kN/m ，切開 C 點取出右側 BC 段分離體如圖(b)所示。同樣為方便計算力臂，將梯形線性分佈載重分成兩個三角形。大三角形合力 $F_3 = (0.5)(40)(1.5) = 30 \text{ kN}$ ；小三角形合力

$F_4 = (0.5)(30)(1.5) = 22.5 \text{ kN}$ 。

$$[+\uparrow \Sigma F_y = 0]: V_C + R_B - 30 - 22.5 = 0 \Rightarrow V_C = -2.5 \text{ kN} (\text{與假設方向相反，逆時針})。$$

$$\text{對 } C \text{ 點取力矩，} [+\circlearrowleft \Sigma M_C = 0]: (R_B)(1.5) - (30)(0.5) - (22.5)(1) - M_C = 0。$$

$$\Rightarrow M_C = 45 \text{ kN-m} (\text{同假設方向，上壓正彎矩})。$$



圖(a)

圖(b)

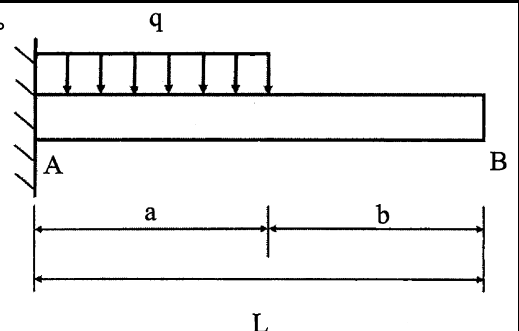
107 年技師高考【精修班】
台北班 1/2(一)18:30 材力
台中班 12/17(日)09:00 結構
高雄班 12/16(六)18:00 土力
其他課程陸續開課
~歡迎免費試聽~

※【資料來源】：本題請參考“實力《靜力學試題精選》〔P3-40〕”

“實力《靜力學必做 50 題型》〔P3-33〕”

四、有一懸臂梁承受均佈載重 q 如圖所示，請計算端點 B 之變位 δ_B 。

(25 分)



問題剖析

(1)已知

- 幾何性質： a, b, L
- 外力： q

(2)待求

- 變位：B 點變位 δ_B

(3)思路

- (外力) $\rightarrow$ (內力) $\rightarrow$ (變形) $\rightarrow$ (變位)

參考解答

(1) (外力) $\rightarrow$ (內力)

- 依據力的平衡

假設均佈荷重變化處為 C 點，座標採第一象限，原點為 A 點，如圖 a 所示

$$\text{AC 段：} M_{1x} = -\frac{q}{2}x^2 + qax - \frac{qa^2}{2}, \quad 0 \leq x \leq a$$

$$\text{BC 段：} M_{2x} = 0, \quad a \leq x \leq b$$

(2) (內力) $\rightarrow$ (變形)

- 依據二階微分式

$$\text{AC 段：} EIv_1'' = M_{1x} = -\frac{q}{2}x^2 + qax - \frac{qa^2}{2}$$

$$EIv_1' = -\frac{q}{6}x^3 + \frac{qa}{2}x^2 - \frac{qa^2}{2}x + c_1$$

$$EIv_1 = -\frac{q}{24}x^4 + \frac{qa}{6}x^3 - \frac{qa^2}{4}x^2 + c_1x + c_2$$

$$\text{BC 段：} EIv_2'' = M_{2x} = 0$$

$$EIv_2' = c_3$$

$$EIv_2 = c_3x + c_4$$

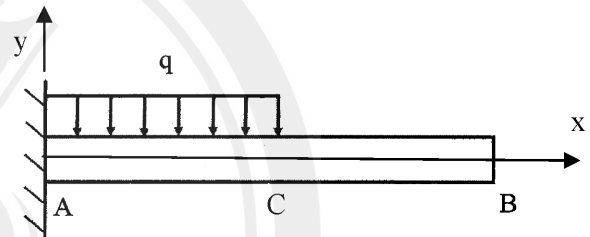


圖 a

(3) (變形) $\rightarrow$ (變位)

- 依據幾何邊界條件及連續條件

$$[\delta_A = 0] : v_1(0) = 0, \quad c_2 = 0$$

$$[\theta_A = 0] : v_1'(0) = 0, \quad c_1 = 0$$

$$[\theta_{CL} = \theta_{CR}] : v_1'(a) = v_2'(a), \quad c_3 = -\frac{qa^3}{6}$$

$$[\delta_{CL} = \delta_{CR}] : v_1(a) = v_2(a), \quad c_4 = \frac{qa^4}{24}$$

得 BC 段彈性曲線方程式

$$EIv_2 = -\frac{qa^3}{6}x + \frac{qa^4}{24}$$

$$\delta_B = v_2(a+b) = \frac{1}{EI} \left[-\frac{qa^3}{6}(a+b) + \frac{qa^4}{24} \right] = -\frac{qa^4}{8EI} - \frac{qa^3b}{6EI}$$

$$\text{Ans : B 點變位 } \delta_B = \frac{qa^4}{8EI} + \frac{qa^3b}{6EI} \quad (\downarrow)$$

106 年三四等特考

部分科目解答

請上實力網站參閱

<http://www.shi-li.com.tw/>

※【資料來源】：本題請參考“實力材料力學《系統剖析》上冊〔P5-5〕”

“實力土技金榜勇奪第一 105 年全國前十名實力強佔八名”