

105 年公務人員高等考試試題鋼筋混凝土學與設計參考解答

一、請說明鋼筋混凝土橫箍筋柱之：

(一)縱向鋼筋斷面積。(10 分)

(二)剪力筋之間距。(10 分)

於耐震設計之特別規定與一般設計要求之區別。

【解題老師】許弘老師

• 105 年土木高考試題 •

問題剖析

❖ 基本的耐震柱鋼筋配置規定問答，按規範規定回答即可。

參考解答

(一) 橫箍筋柱的縱向主筋斷面積規定

1. 一般柱

規範規定「一般柱」的鋼筋比與鋼筋量的限制為

$$0.01 \leq \rho_g \leq 0.08 ; 0.01A_g \leq A_{st} \leq 0.08A_g。$$

A_g 為柱斷面總面積， A_{st} 為柱斷面的總鋼筋量。 ρ_g = 柱的鋼筋比 = A_{st}/A_g 。

2. 耐震柱

而「耐震設計柱」的鋼筋比與鋼筋量的限制為

$$0.01 \leq \rho_g \leq 0.06 ; 0.01A_g \leq A_{st} \leq 0.06A_g。$$

柱最小鋼筋量之規定在減少長期潛變變形，並使彎矩強度超出開裂彎矩。上限之規定在避免主筋太密妨礙施工，並避免柱引致過高之剪力。

(二) 橫箍筋柱的剪力筋間距要求

1. 一般柱

(1) 基本規定

規範為防止縱向主筋側向無支撐長度過大而易挫屈，限制橫箍筋必須小於下列規定：

$$s_{\max} = \min \{ b_{\min}, 16d_b, 48d_{bt} \}。$$

$b_{\min}$ 為柱斷面最小邊寬； d_b 為縱向主筋直徑； d_{bt} 為橫箍筋直徑。

(2) 橫箍筋柱受剪力時的間距要求

一般柱受剪力的橫向筋規定與「梁」相同，規範對於一般柱其剪力筋最大間距規定為

$$V_{s,req} \leq (1.06\sqrt{f'_c})(b_w d) \Rightarrow s_{\max} = \min \left\{ \frac{A_v f_{yt}}{(3.5)(b_w)}, \frac{A_v f_{yt}}{(0.2\sqrt{f'_c})(b_w)}, \frac{d}{2}, 60\text{cm} \right\}$$

$$V_{s,req} > (1.06\sqrt{f'_c})(b_w d) \Rightarrow s_{\max} = \min \left\{ \frac{A_v f_{yt}}{(3.5)(b_w)}, \frac{A_v f_{yt}}{(0.2\sqrt{f'_c})(b_w)}, \frac{d}{4}, 30\text{cm} \right\}$$

【實力小叮嚀】

實力特別提醒您，
別錯過報名時間喔！
技師考試：8/2~8/11
地方特考：9/13~9/22
皆以網路報名呦~

其中 $V_{s,req}$ 為需要的剪力強度， $V_{s,req} = V_u / 0.75 - V_c$ 。 $A_v f_{yt} / (3.5 b_w)$ 、 $A_v f_{yt} / (0.2 \sqrt{f'_c} b_w)$ 是由最少剪力鋼筋量 $A_{v,min} = \max \left\{ (0.2 \sqrt{f'_c}) (b_w s / f_{yt}), (3.5) (b_w s / f_{yt}) \right\}$ 移項所得。

2. 耐震柱

(1) 耐震柱的塑鉸區內剪力筋間距要求

① 塑鉸區定義

耐震柱塑鉸區又稱為**圍束區**，定義為距接頭面 l_0 之範圍內區域。非塑鉸區又稱為**非圍束區**，就是柱塑鉸區以外的部位。

$l_0 = \max \left\{ b_{\max}, \frac{l_{uc}}{6}, 45\text{cm} \right\}$ 。其中 $b_{\max}$ 就是柱兩方向的最大寬度， l_{uc} 為構材淨長。

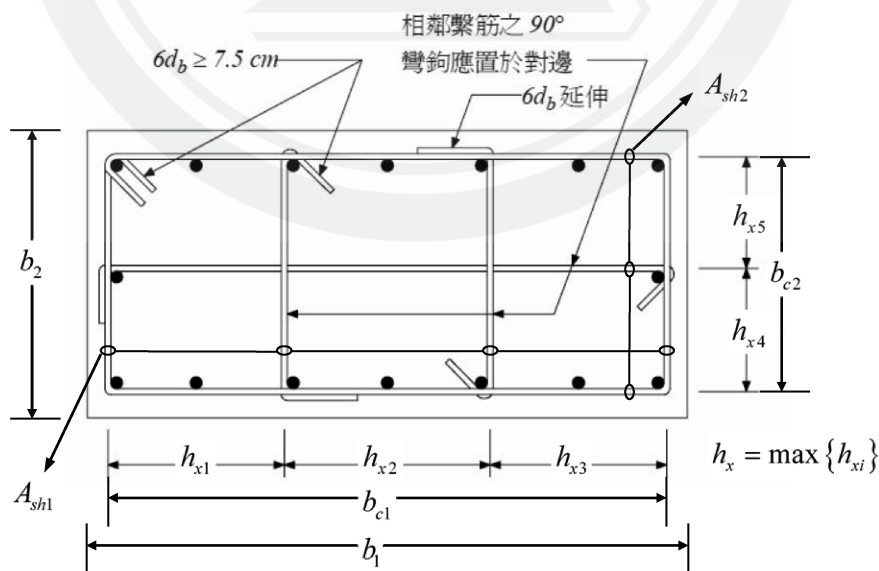
② 橫向筋最大間距

橫向筋最大「中心」間距不得超過

- 構材斷面最小尺度之 $1/4$ ，圓形斷面取斷面直徑之 $1/4$ 。研究指出橫向筋間距若採用構材斷面最小尺度之 $1/4$ 時，混凝土就會受足夠的圍束作用。
- 6 倍主筋直徑**。此規定係避免混凝土剝落後引起的主筋挫屈。
- $s_0 = 10 + \left(\frac{35 - h_x}{3} \right) \leq 15\text{cm}$ 。 s_0 超過 15cm 就取 15cm 。參考圖(a)， $h_x = \max \{h_{xi}\}$ ，

為矩形箍筋中相鄰箍筋間或箍筋與繫筋間之最大水平中心距離。 s_0 的規定是因較密的繫筋可有效地提高混凝土的圍束能力， h_x 若小橫向筋間距可適度放大。因繫筋間距不宜過大，故規範規定在柱橫斷面上，繫筋或閉合箍筋相鄰各肢之中心距不得超過 35cm ，亦即 $h_{xi} \leq 35\text{cm}$ 。

綜上所述，矩形閉合箍筋的塑鉸區 $s_{\max}$ 為 $\min \{b_{\min} / 4, 6d_b, s_0\}$ 。



圖(a) 矩形圍束筋量的計算示意圖

③橫向筋量

矩形閉合箍筋及繫筋之總斷面積要大於下式規定

$$A_{sh} \geq \max \left\{ \begin{array}{cc} \text{強度需求} & \text{延展性需求} \\ (0.3) \left(\frac{f'_c}{f_{yt}} \right) \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) (sb_c)' & (0.09) \left(\frac{f'_c}{f_{yt}} \right) (sb_c) \end{array} \right\}$$

參考圖(a)， A_{sh} = 在間距 s 內垂直 b_c 之橫向筋總面積(含繫筋)， cm^2 。 b_c = 最外圍箍筋之中心距，其方向與 A_{sh} 垂直， cm 。 A_{ch} = 最外圍箍筋之「外緣」所包圍之面積， cm^2 。

換言之 A_{sh} 和間距大小有關，如果 A_{sh} 已經先確定就可反算需要的剪力筋間距。

(2)耐震柱的非塑鉸區內剪力筋間距要求

①非塑鉸區「不」用滿足前述 A_{sh} 之規定。

②橫向筋中心距不得超過柱主筋直徑的 6 倍及 15cm。柱非塑鉸區規定比梁嚴格很多是因依震後災損調查，柱中央部份未圍束區域的損壞亦頗嚴重，採較密的間距標準確保沿柱身方向具有較一致的韌性。

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型〔P6-2,P7-14,P13-37〕”

~~實力多元輔導資源~~

【模考總複習】

考場上屢次敗北或經常以微分飲恨的考生，您需要的是多次、多科的模擬考試！

考後授課老師即時講解並閱卷評語，讓您更洞悉自己弱點所在。

【全真模擬考】

依土木專技高考相同考試流程，讓您現場實際演練、體驗考試臨場感，考場應試更能得心應手的作答。

二、一鋼筋混凝土橫箍筋柱，若此柱斷面 $45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ ，配置 4 支 D29 縱向鋼筋，若 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ， $f'_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ， $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ， $d = 38.5 \text{ cm}$ ， $d' = 6.5 \text{ cm}$ ，(D29， $d_b = 2.87 \text{ cm}$ ， $A_b = 6.47 \text{ cm}^2$)

(一)試計算無偏心載重下之軸力計算強度 P_0 。(5 分)

(二)試決定此柱平衡載重 P_b 、平衡彎矩 M_b 及平衡偏心距 e_b 。(20 分)

(三)若此柱承受一偏心集中載重 P_u 作用於 $(x, y) = (e_b, e_b)$ 處，試計算 P_u 之最大值。(5 分)

【解題老師】許弘老師

• 105 年土木高考試題 •

問題剖析

- ❖ 因為題目要求先求「單向」偏心平衡應變狀態強度，再求「雙向」偏心強度，很明顯是用載重倒數法求解。因為本斷面因為上下左右對稱，且雙向偏心距相同，所以 $\phi P_{n,ey} = \phi P_{n,ex}$ 。雖然本題是屬於雙向偏心柱，但其實本題算是「中性軸已知」的柱分析問題。最後注意要先求「計算(標稱)」強度，但最後雙向偏心是要求「因數化」最大軸壓，所以在載重倒數法中要代入「設計」強度。

參考解答**(一) 計算無偏心純軸壓強度**

$$P_{n0} = 0.85f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y = (0.85 \times 0.28)(45^2 - 4 \times 6.47) + (4 \times 6.47)(4.2) \\ = 584.487 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

$$\phi P_{n0} = 0.65P_{n0} = 379.916 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

(二) 計算單向偏心下的平衡應變狀態強度**1. 計算平衡軸壓強度****① 壓力塊深度**

$$c_b = (0.6)(38.5) = 23.1 \text{ cm}, \quad a_b = (0.85)(23.1) = 19.635 \text{ cm} \quad \blacktriangleleft$$

② 混凝土壓應力合力

$$C_{cb} = (0.85 \times 280)(45 \times 19.635)/1000 = 210.291 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

② 壓筋壓力

$$\epsilon'_s = (0.003/23.1)(23.1 - 6.5) = 0.0022 > 0.002, \text{ 壓筋已降伏。}$$

$$C_s = (2 \times 6.47)(4200 - 0.85 \times 280)/1000 = 51.268 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

③ 拉筋拉力

$$T = (2 \times 6.47)(4200)/1000 = 54.348 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

④ 平衡軸壓強度

$$P_{nb} = 210.291 + 51.268 - 54.348 = 207.211 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

$$\phi P_{nb} = (0.65)(207.211) = 134.687 \text{ tf} \quad \blacktriangleleft$$

2. 計算平衡彎矩強度

C_{cb} 對塑心的力臂 $22.5 - 19.635/2 = 12.683 \text{ cm}$ ，拉壓筋對塑心的力臂 $22.5 - 6.5 = 16 \text{ cm}$ 。
對塑心使用力矩等效

$$M_{nb} = [(210.291)(12.683) + (51.268 + 54.348)(16)]/100 = 43.57 \text{ tf-m} \quad \blacktriangleleft$$

$$\phi M_{nb} = (0.65)(43.57) = 28.321 \text{ tf-m} \quad \blacktriangleleft$$

3. 計算平衡偏心距

$$e_b = M_{nb}/P_{nb} = 43.57 \times 100/207.211 = 21.027 \text{ cm} \quad \blacktriangleleft$$

(三) 計算雙向偏心距相同下的最大因數化軸壓

使用載重倒數法，注意雙向偏心是要求最大「因數化」軸壓，所以在載重倒數法中要代入「設計」強度。因為斷面上下左右對稱，雙向偏心距相同所以 $\phi P_{nb,ey} = \phi P_{nb,ex} = 134.687 \text{ tf}$ 。

$$\frac{1}{\phi P_n} = \frac{1}{\phi P_{n,ex}} + \frac{1}{\phi P_{n,ey}} - \frac{1}{\phi P_{n0}} \Leftrightarrow \frac{1}{\phi P_n} = \frac{1}{134.687} \times 2 - \frac{1}{379.916} = 0.0122。$$

$\Rightarrow$ 雙向偏心設計軸壓強度 $\phi P_n = 81.967 \text{ tf}$ 。

最大「因數化」軸壓恰為設計軸壓強度， $P_{u,\max} = \phi P_n = 81.967 \text{ tf}$ 。◀

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型〔P6-82〕”

三、一簡支鋼筋混凝土矩形梁，淨跨距為 7 m，斷面寬 $b = 40 \text{ cm}$ ，有效深度 $d = 60 \text{ cm}$ ，梁上承受載重 $w_u = 12 \text{ tf/m}$ ，若 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ， $f'_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ， $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ，使用 D10 剪力筋（D10， $d_b = 0.96 \text{ cm}$ ， $A_b = 0.71 \text{ cm}^2$ ）試計算：

(一) 此梁需配置剪力筋之範圍。(10 分)

(二) 臨界斷面需配置剪力筋間距為何？(15 分)

【解題老師】許弘老師

• 105 年土木高考試題 •

問題剖析

1. 規範規定在 $V_u \leq 0.5\phi V_c$ 的範圍內，才可以不須配置剪力筋。換言之，在 $V_u > 0.5\phi V_c$ 的範圍內，就要配置剪力筋。
2. 題目沒給全深，故本解假設梁上載重包含自重。臨界斷面在距柱面一個有效深度處，題目已給淨跨距 $V_u = (w_u)(L/2 - d)$ 。

參考解答**(一) 須配置剪力筋的範圍**

規範規定在 $V_u \leq 0.5\phi V_c$ 的範圍內，才可以不須配置剪力筋。換言之，在 $V_u > 0.5\phi V_c$ 的範圍內，就要配置剪力筋。

混凝土剪力強度使用簡化式， $V_c = (0.53\sqrt{280})(40)(60)/1000 = 21.285 \text{ tf}$ 。

$0.5\phi V_c = (0.5)(0.75)(21.285) = 7.982 \text{ tf}$ 。

對稱取半分析，梁中因數化剪力函數 $V_{u,x} = (12)(3.5 - x) \text{ tf}$ ， $0 \leq x \leq 3.5 \text{ m}$ ， x 由支承面起算。

$[V_{u,x} = (12)(3.5 - x)] \geq (0.5\phi V_c = 7.982) \Leftrightarrow x \leq 2.835 \text{ m}$ 。

亦即由兩端支承面各自起算 0~2.835m 的範圍內要配置剪力筋。◀

(二) 求臨界斷面之剪力筋間距

臨界斷面因數化剪力 $V_u = (12)(3.5 - 0.6) = 34.8 \text{ tf}$ 。

$$V_{s, req} = V_u / \phi - V_c = 34.8 / 0.75 - 21.285 = 25.115 \text{ tf}。$$

$$s_{req} = A_v f_{yt} d / V_{s, req} = (2 \times 0.71)(4.2)(60) / 25.115 = 14.248 \text{ cm}。$$

$$(1.06\sqrt{f'_c})(b_w d) = 2V_c = 42.57 \text{ tf}。$$

$$(V_{s, req} = 25.115) < 42.57 \Rightarrow s_{max} = \min \left\{ \frac{A_v f_{yt}}{(3.5)(b_w)}, \frac{A_v f_{yt}}{(0.2\sqrt{f'_c})(b_w)}, \frac{d}{2}, 60 \text{ cm} \right\}。$$

$$\frac{A_v f_{yt}}{(3.5)(b_w)} = \frac{(2 \times 0.71)(4200)}{(3.5)(40)} = 42.6 \text{ cm}; \quad \frac{A_v f_{yt}}{(0.2\sqrt{f'_c})(b_w)} = \frac{(2 \times 0.71)(4200)}{(0.2\sqrt{280})(40)} = 44.552 \text{ cm}。$$

$$s_{max} = \min \{42.6, 44.552, 30, 60\} = 30 \text{ cm} > s_{req}, \text{ 以 } s_{req} \text{ 為準}。$$

實際設計の間距 $s \leq s_{req} = 14.248 \text{ cm}。$

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型〔P7-34〕”

四、一簡支鋼筋混凝土矩形梁，斷面寬 $b = 35 \text{ cm}$ ，有效深度 $d = 50 \text{ cm}$ ，梁上承受設計彎矩 $M_u = 72 \text{ tf-m}$ ，若 $f'_c = 350 \text{ kgf/cm}^2$ ， $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ ， $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ，試設計此梁斷面所需之鋼筋量。(25 分)

【解題老師】許弘老師

• 105 年土木高考試題 •

問題剖析

- ❖ 梁配筋問題要先用拉控斷面配法確認是要配單筋還是雙筋，不論是單、雙筋許弘老師皆已整理出配筋公式與流程。

參考解答

1. 使用拉控斷面配法判斷要用單梁或雙筋梁

先計算單筋梁拉控斷面設計彎矩 $\phi M_{n,0.005S}$ 進行判斷，設計時令 $d_t = d = 50 \text{ cm}$ 。

$$c_{0.005} = (3/8)(50) = 18.75 \text{ cm}, \quad a_{0.005} = (0.8)(18.75) = 15 \text{ cm}。$$

$$C_{c,0.005} = 0.85 f'_c a_{0.005} b = (0.85)(350)(15)(35) / 1000 = 156.188 \text{ tf}。$$

$\phi M_{n,0.005S} = (0.9)(156.188)(50 - 0.5 \times 15) / 100 = 59.742 \text{ tf-m} < M_u = 72 \text{ tf-m}$ 。強度不足，需要配成雙筋梁。

$$\text{壓力筋需要幫忙分擔的彎矩 } M_{n2} = (M_u - \phi M_{n,0.005S}) / \phi = (72 - 59.742) / 0.9 = 13.62 \text{ tf-m}。$$

實力網站上提供高普考部份科目解答

<http://www.shi-li.com.tw/>

2. 計算雙筋矩形梁所需拉、壓筋量

(1) 單筋矩形梁拉控鋼筋量 $A_{s,0.005S}$

$$A_{s1} = A_{s,0.005S} = C_{c,0.005} / f_y = 156.188 / 4.2 = 37.188 \text{ cm}^2。$$

(2) 壓力筋面積計算

本題設 $d' = 6.5 \text{ cm}$ 。 $\varepsilon'_{s,0.005} = (0.003/18.75)(18.75 - 6.5) = 0.00196 < \varepsilon_y = 0.002$ ，壓筋尚未降伏 $f'_{s,0.005} = (6120/18.75)(18.75 - 6.5) = 3998.4 \text{ kgf/cm}^2$ 。

壓筋需要面積

$$A'_s = \frac{M_{n2}}{(d - d')(f'_{s,0.005} - 0.85f'_c)} = \frac{13.62 \times 100000}{(50 - 6.5)(3998.4 - 0.85 \times 350)} = 8.46 \text{ cm}^2。 \quad \blacktriangleleft$$

(3) 拉筋所需總面積計算

$$\text{與壓筋壓力平衡之所需拉筋量 } A_{s2} = \frac{M_{n2}}{(d - d')f_y} = \frac{13.62 \times 100000}{(50 - 6.5)(4200)} = 7.455 \text{ cm}^2。$$

$$\text{拉筋需要面積 } A_s = A_{s1} + A_{s2} = 37.188 + 7.455 = 44.643 \text{ cm}^2。 \quad \blacktriangleleft$$

※資料來源：本題請參考“鋼筋混凝土必做 50 題型〔P3-23〕”

技師高考【題型班】

9/02(五)18:30 RC 開課

9/05(一)18:30 土力開課

9/06(二)18:30 材力開課

～實力歡迎您免費預約試聽～

實力題型班熱力登場

【考試重點整理】+【歷屆考題詳解】+【最新趨勢剖析】

• 您是考場老生嗎？

每次總差個幾分，不想再年復一年吧！

讓實力題型班為您補上臨門一腳，助您順利過關！

• 您是考場新手嗎？

感覺時間不夠用，進度嚴重落後，怎麼辦？

實力題型班幫您精準抓題，讓您輕鬆達陣！

• 9/2 起各科陸續開課，敬請把握舊制最後機會，先搶先贏喔！