

102 年公務人員高等考試試題鋼筋混凝土學與設計參考解答

一、一矩形梁寬 40 cm，有效深度 60 cm，拉力筋為 6 支 D29 ($A_b = 6.47 \text{ cm}^2$)，混凝土強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，求 ϕ 及 M_n ，並與土木 401-100 規範相關規定比較。(25 分)

【解題老師】林翰老師

• 102 年土木高考試題 •

問題剖析

1. 矩形單筋梁 → 判斷拉力鋼筋是否降伏？ → 假設中性軸位置 → 斷面力平衡解出中性軸位置 → 混凝土壓力及鋼筋拉力力偶取力矩得 M_n → 由最外側拉力鋼筋計算淨拉應變 → 決定 ϕ 值
2. 檢核最大鋼筋量規定 → 檢核最小鋼筋量規定 → 檢核水平鋼筋淨間距 → 檢核裂縫控制最大鋼筋間距

參考解答

1. 判斷破壞時拉力鋼筋是否降伏

$$A_{sb} = \frac{0.85 f'_c \beta_1 x_b b}{f_y} = \frac{0.85 f'_c \beta_1 b}{f_y} \times \frac{3}{5} d = \frac{0.85 \times 280 \times 0.85 \times 40}{4200} \times \frac{3}{5} \times 60 = 69.36 \text{ cm}^2$$

$\therefore A_s < A_{sb}$ \therefore 可假設破壞時拉力鋼筋降伏

2. 是否可採單排鋼筋配置？

假設箍筋為 D13

$$\text{鋼筋淨間距} = \frac{40 - 2 \times 4 - 2 \times 1.27 - 2.87}{5} - 2.87 = 2.448 \text{ cm}$$

小於最小淨間距規定 $\text{Max}(2.5 \text{ cm}, D29, 1.33 \text{ 最大粗粒料粒徑})$ 取 2.87 cm

需配置雙層拉力鋼筋，每層 3 支 D29

$$\text{鋼筋淨間距} = \frac{40 - 2 \times 4 - 2 \times 1.27 - 2.87}{2} - 2.87 = 10.425 \text{ cm}$$

大於最小淨間距規定 2.87 cm

$$d_{11} = 60 + \frac{2.5}{2} + \frac{2.87}{2} = 62.685 \text{ cm}$$

$$d_{12} = 60 - \frac{2.5}{2} - \frac{2.87}{2} = 57.315 \text{ cm}$$

3. 假設破壞時拉力筋降伏，且中立軸位置 x

$$\text{拉力鋼筋拉力 } T_s = A_s f_y = 6 \times 6.47 \times 4200 = 163044 \text{ kgf}$$

$$\text{混凝土壓力 } C_c = 0.85 f'_c \beta_1 x_b b = 0.85 \times 280 \times 0.85 \times x \times 40 = 8092x \text{ kgf}$$

【實力小叮嚀】

(O.K.)

實力特別提醒您，
別錯過報名時間喔！
技師考試：8/6~8/15
地方特考：9/11~9/23

由 $C_c = T_s \rightarrow$ 解得中立軸深度 $x = 20.149 \text{ cm}$

檢核拉力鋼筋應變

$$\varepsilon_{t1} = \frac{0.003(d_{t1} - x)}{x} = \frac{0.003 \times (62.685 - 20.149)}{20.149} = 0.00633 > \varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{t2} = \frac{0.003(d_{t2} - x)}{x} = \frac{0.003 \times (57.315 - 20.149)}{20.149} = 0.00553 > \varepsilon_y$$

\therefore 假設成立

且 $\varepsilon_{t1} > 0.005$ \therefore 屬拉力控制斷面 $\phi = 0.9$

4. 計算彎矩強度

$$M_n = C_c \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) = 8092 \times 20.149 \times \left(60 - \frac{0.85 \times 20.149}{2} \right) \times 10^{-5} = 83.86 \text{ tf-m}$$

5. 檢核最小鋼筋量

$$A_{s,\min} = \text{Max} \left(\frac{14}{f_y} b_w d, \frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \right) = \text{Max}(8, 7.65) = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 38.82 \text{ cm}^2 > 8 \text{ cm}^2 \quad (\text{O.K.})$$

6. 檢核最大鋼筋量

$$\varepsilon_{t1} = 0.00633 > 0.004 \text{ 符合最大鋼筋量規定} \quad (\text{O.K.})$$

7. 檢核裂縫控制最大鋼筋間距

$$S_{\max} = \text{Min} \left(38 \times \frac{2800}{f_s} - 2.5c_c, 30 \times \frac{2800}{f_s} \right)$$

$$c_c = 4 + 1.27 = 5.27, f_s \text{ 取 } \frac{2}{3} f_y$$

$$S_{\max} = \text{Min}(24.825, 30) = 24.825 \text{ cm}, S < S_{\max} \quad (\text{O.K.})$$

※資料來源：本題請參考“實力鋼筋混凝土學系統剖析 P36 [例 2.4]”

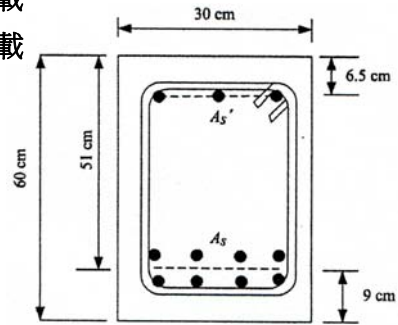
【實力題型班熱力登場】

- 您是考場老生嗎？每次差個 3~5 分的，不想再年復一年吧！
讓實力題型班為您補上臨門一腳，助您順利過關！
- 您是考場新手嗎？感覺時間不夠用，進度嚴重落後，怎麼辦？
實力題型班幫您精準抓題，讓您輕鬆達陣！
- 9/2 起各科陸續開課，敬請把握舊制最後機會，先搶先贏喔！

二、一簡支矩形梁位於一般樓層，跨度為 10 m，承載靜載重（含自重）1.0 tf/m 與活載重 2.0 tf/m，試求由活載重所產生之即時撓度。(25 分)

(已知 $E_c = 2.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ ，彈性模數比 $n = 8$ ， $I_{cr} = 395680 \text{ cm}^4$ ， $I_g = 540000 \text{ cm}^4$ ， $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ， $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，拉力鋼筋 $A_s = 40.54 \text{ cm}^2$ ，壓力鋼筋 $A'_s = 8.60 \text{ cm}^2$)

$$I_g = (M_{cr}/M_a)^3 \times I_g + \left[1 - (M_{cr}/M_a)^3\right] \times I_{cr}$$



【解題老師】林瀚老師

• 102 年土木高考試題 •

問題剖析

以簡算式計算開裂彎矩 $\frac{\sqrt{f'_c}bh^2}{3}$ → 分別計算（靜載重+活載重）之最大彎矩及（靜載重）最大彎矩 M_a → 計算（靜載重+活載重）及（靜載重）條件下等值慣性矩 I_e → 利用撓度公式 $\frac{5wL^2}{384E_cI_e}$ 計算（靜載重+活載重）及（靜載重）撓度 → 兩者相減 ($\Delta_{D+L} - \Delta_D$) 為活載重即時撓度

參考解答

1. 開裂彎矩 $M_{cr} = \frac{\sqrt{f'_c}bh^2}{3} = \frac{\sqrt{280} \times 30 \times 60^2}{3} = 602395.22 \text{ kgf-cm}$
 $I_g = 540000 \text{ cm}^4$

2. 開裂時斷面慣性矩
 $I_{cr} = 395680 \text{ cm}^4$

3. 均佈靜載重 $w_D = 1 \text{ tf/m}$ 作用時之影響

$$M_a = M_D = \frac{1}{8} w_D L^2 = \frac{1}{8} \times 1.0 \times 1000 / 100 \times (10 \times 100)^2 = 1250000 \text{ kgf-cm} > M_{cr}$$

$$I_{e,D} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$$

$$= \left(\frac{602395.22}{1250000}\right)^3 \times 540000 + \left[1 - \left(\frac{602395.22}{1250000}\right)^3\right] \times 395680 = 411832.55 \text{ cm}^4$$

$$w_D \text{ 作用時之即時撓度 } \Delta_{i,D} = \frac{5}{384} \times \frac{w_D L^4}{E_c I_{e,D}} = \frac{5}{384} \times \frac{1 \times 1000 / 100 \times (10 \times 100)^4}{2.5 \times 10^5 \times 411832.55} = 1.265 \text{ cm}$$

4. $(w_D + w_L)$ 作用時之影響

$$M_a = M_{D+L} = \frac{1}{8}(w_D + w_L)L^2 = \frac{1}{8} \times (1+2) \times 1000/100 \times (10 \times 100)^2$$

$$= 3750000 \text{ kgf-cm} > M_{cr}$$

$$I_{e,D+L} = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr}$$

$$= \left(\frac{602395.22}{3750000} \right)^3 \times 540000 + \left[1 - \left(\frac{602395.22}{3750000} \right)^3 \right] \times 395680 = 396278.24 \text{ cm}^4$$

$(w_D + w_L)$ 作用時之即時撓度

$$\Delta_{i,D+L} = \frac{5}{384} \times \frac{(w_D + w_L)L^4}{E_c I_{e,D+L}} = \frac{5}{384} \times \frac{3 \times 1000/100 \times (10 \times 100)^4}{2.5 \times 10^5 \times 396278.24} = 3.943 \text{ cm}$$

5. 活載重作用時之即時撓度 $\Delta_{i,D+L} - \Delta_{i,D} = 3.943 - 1.265 = 2.678 \text{ cm}$

※資料來源：本題請參考“實力鋼筋混凝土學系統剖析 P164 [例 6.5]”

【實力讀書會-大家一起來討論】

實力每週精選考題，隔週公佈解答。

先透過獨立思考及自我演練，

再藉由讀書會做線上觀念交流及經驗分享。

有效複習才能厚植實力，

讓您的學習更精進！歡迎大家一起來加入！

三、淨跨度為 6 m 之簡支矩形梁，梁寬 35 cm，總梁深為 65 cm，淨保護層為 4 cm。此梁承載均佈靜載重（含自重）2.0 tf/m、均佈活載重 3.0 tf/m 及 30 tf 集中活載重作用於跨距中間點。若箍筋採用 D10 ($d_b = 0.95 \text{ cm}$, $A_b = 0.71 \text{ cm}^2$) 主筋為 D25 ($d_b = 2.54 \text{ cm}$, $A_b = 5.07 \text{ cm}^2$) 單層排列，試求距支承 50 cm 與 300 cm 處所能容許之剪力筋最大間距。($f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$, $f_y = 2800 \text{ kgf/cm}^2$) (25 分)

【解題老師】林瀚老師

• 102 年土木高考試題 •

問題剖析

計算鋼筋有效深度 d → 決定題目給定斷面是否小於臨界斷面（有效深度）→ 計算斷面設計

剪力 V_u → 計算混凝土剪力強度 V_c → 鋼筋剪力強度 $V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c$ → 剪力鋼筋間距 $S = \frac{A_v f_y d}{V_s}$

→ 剪力鋼筋最大間距 $S_{\max} = \text{Min} \left(\frac{d}{2}, 60 \text{ cm}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f'_c} b_w}, \frac{A_v f_y}{3.5 b_w} \right)$

參考解答

- 鋼筋有效深度 $d = 65 - 4 - 0.95 - \frac{2.54}{2} = 58.78 \text{ cm}$
- 混凝土剪力強度 $V_c = 0.53\sqrt{f'_c}b_w d = 0.53 \times \sqrt{280} \times 35 \times 58.78 = 18245.36 \text{ kgf}$
 $w_D = 2.0 \text{ tf/m} = 20 \text{ kgf/cm}$, $w_L = 3.0 \text{ tf/m} = 30 \text{ kgf/cm}$
- 50 cm 處之設計剪力，50cm < d，取臨界斷面

$$V_u = (1.2w_D + 1.6w_L)\left(\frac{L}{2} - d\right) + \frac{1.6P_L}{2}$$

$$= (1.2 \times 20 + 1.6 \times 30)\left(\frac{600}{2} - 58.78\right) + \frac{1.6 \times 30000}{2}$$

$$= 41367.84 \text{ kgf}$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{41367.84}{0.75} - 18245.36 = 36911.76 \text{ kgf}$$

$$S = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 \times 0.71 \times 2800 \times 58.78}{36911.76} = 6.33 \text{ cm}$$

檢核最大間距 $V_s > 1.06\sqrt{f'_c}b_w d$

$$S_{\max} = \text{Min}\left(\frac{d}{4}, 30 \text{ cm}, \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}b_w}, \frac{A_v f_y}{3.5b_w}\right)$$

$$= \text{Min}(14.695, 30, 33.944, 32.457) = 14.695 \text{ cm}$$

S 取 6 cm < S_{\max}

(O.K.) ◀

- 300 cm 處之設計剪力，

$$V_u = \frac{1.6P_L}{2} = \frac{1.6 \times 30000}{2} = 24000 \text{ kgf}$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{24000}{0.75} - 18245.36 = 13754.64 \text{ kgf}$$

$$S = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{2 \times 0.71 \times 2800 \times 58.78}{13754.64} = 16.99 \text{ cm}$$

檢核最大間距 $V_s < 1.06\sqrt{f'_c}b_w d$

$$S_{\max} = \text{Min}\left(\frac{d}{2}, 60 \text{ cm}, \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}b_w}, \frac{A_v f_y}{3.5b_w}\right)$$

$$= \text{Min}(29.39, 60, 33.944, 32.457) = 29.39 \text{ cm}$$

S 取 16 cm < S_{\max}

(O.K.) ◀

※資料來源：本題請參考“實力鋼筋混凝土學系統剖析 P122 [例 4.6]”

【講求效率創造實力】

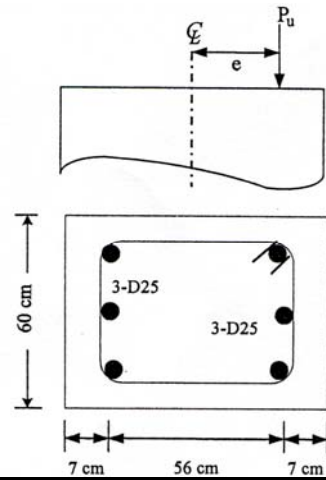
- 籃球比賽不是比誰上場最久，也不是比誰出手最多，而是比誰“進球得分”最多！
- 參加考試不是比誰唸書最久，也不是比誰寫得最多，而是比誰“答對得分”最多！
- 用最短的時間獲取最高的分數，實力題型班讓您高效率得分才是王道！

四、如圖所示之鋼筋混凝土橫樑柱，承受一偏心集中載重 $P_u = 250 \text{ tf}$ ，若此柱配置 6 支 D25 縱向鋼筋，試決定此柱所能承受之最大設計彎矩 M_u 。(25 分)

(混凝土強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度

$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，D25 $A_b = 5.07 \text{ cm}^2$ ， $d = 63 \text{ cm}$ ，

$d' = 7 \text{ cm}$)



【解題老師】林翰老師

• 102 年土木高考試題 •

問題剖析

判斷破壞時拉力筋是否降伏 → 判斷破壞時壓力筋是否降伏 → 判斷是否為拉力控制斷面 → 假設中性軸深度，依斷面力平衡解出中性軸位置 → 由斷面彎矩平衡解出偏心距 e → $M_u = P_u \times e$

參考解答

1. 判斷破壞時拉力筋是否降伏

$$x_b = \frac{3}{5} \times 63 = 37.8 \text{ cm}$$

$$P_{nb} \doteq C_{cb} = 0.85 f'_c \beta_1 x_b b = 0.85 \times 280 \times 0.85 \times 37.8 \times 60 \times 10^{-3} = 458.82 \text{ tf}$$

$$\therefore \phi P_{nb} = 0.65 \times 458.82 = 298.23 > P_u \quad \therefore \text{極限時拉力筋已降伏}$$

2. 判斷破壞時壓力筋是否降伏

$$x_y = 3 \times d' = 3 \times 7 = 21 \text{ cm}$$

$$P_{ny} \doteq C_{cy} = 0.85 f'_c \beta_1 x_y b = 0.85 \times 280 \times 0.85 \times 21 \times 60 \times 10^{-3} = 254.90 \text{ tf}$$

$$\therefore x_y < x_{0.005} = \frac{3 \times d}{8} = \frac{3 \times 63}{8} = 23.625 \text{ cm} \quad \therefore \phi = 0.9$$

$$\therefore \phi P_{ny} = 0.9 \times 254.90 = 229.41 < P_u$$

$$\therefore \text{極限時壓力筋已降伏} \rightarrow x > x_y$$

3.判斷是否為拉力控制斷面

$$P_{n,0.005} \doteq 0.85f'_c\beta_1x_{0.005}b = 0.85 \times 280 \times 0.85 \times 23.625 \times 60 \times 10^{-3} = 286.76 \text{ tf}$$

$$\therefore \phi P_{n,0.005} = 0.9 \times 286.76 = 258.08 > P_u$$

\therefore 極限時 $x < x_{0.005}$ \therefore 屬拉力控制斷面 ($\phi = 0.9$)

4.假設破壞時拉力筋降伏，壓力筋降伏，且屬拉力控制斷面

設中性軸深度 x cm

$$C_c = 0.85f'_c b \beta_1 x = 0.85(280)(60)(0.85)x = 12138x \text{ kgf}$$

$$C_s = A'_s(f'_s - 0.85f'_c) = 3 \times 5.07 \times (4200 - 0.85 \times 280) = 60262.02 \text{ kgf}$$

$$T_s = A_s f_y = 3 \times 5.07 \times 4200 = 63882 \text{ kgf}$$

$$P_n = \frac{P_u}{\phi} = C_c + C_s - T_s \rightarrow \frac{250 \times 10^3}{0.9} = 12138x + 60262.02 - 63882$$

\rightarrow 解得 $x = 23.1832$ cm

$$\text{檢核 } \varepsilon_t = \frac{0.003(d_t - x)}{x} = \frac{0.003 \times (63 - 23.1832)}{23.1832} = 0.005152 > 0.005 \quad (\text{O.K.})$$

$$\text{檢核 } \varepsilon'_s = \frac{0.003(x - d')}{x} = \frac{0.003 \times (23.1832 - 7)}{23.1832} = 0.00209 > 0.002 \quad (\text{O.K.})$$

故假設成立

5.將 x 代回得 $C_c = 281397.76 \text{ kgf}$ $C_s = 60262.02 \text{ kgf}$ $T_s = 63882 \text{ kgf}$

本題為對稱柱，故塑性中心即為斷面形心

塑性中心距拉力鋼筋 $d'' = 28$ cm

$$\text{由斷面彎矩平衡} \rightarrow P_n(e + d'') = C_c \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + C_s(d - d')$$

$$\begin{aligned} \rightarrow e &= \frac{C_c \left(d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + C_s(d - d')}{P_n} - d'' \\ &= \frac{281397.76 \times \left(63 - \frac{0.85 \times 23.1832}{2} \right) + 60262.02 \times (63 - 7)}{250000/0.9} - 28 = 37.99 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$M_u = P_u \times e = 250 \times 37.99 \times 10^{-2} = 94.98 \text{ tf-m} \quad \blacktriangleleft$$

※資料來源：本題請參考“實力鋼筋混凝土學系統剖析 P197 [例 7.6]”

【實力出版品質保證】

土木研究所考試-結構學系統題庫~7月中隆重推出！
林冠丞老師親自執筆，包含最近十一年(92~102)五大名校
(台大/台科/成大/交大/中央)研究所考題完整詳解，
參加國考的您千萬別錯過，因為在本書中您將看到國考的影子，
讓您精確掌握國考的最新趨勢！