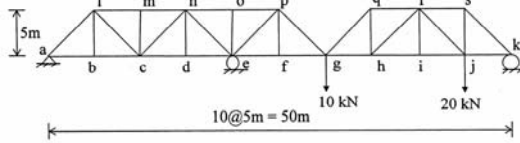


100 年公務人員高等考試試題結構學參考題解

本科由實力專任教師**林冠丞**老師即時解答

一、如圖所示桁架結構各接點均為鉸接。於 g 、 j 兩點各承受一集中載重。請分析求各支承反力，與桿件 no 、 ne 、 de 之桿件力。各桿件之 E 、 A 均相同。(25 分)



【解題老師】林冠丞 老師

• 100 年土木高考試題 •

參考解答

(1) (外力) → (反力)

• 依據力的平衡

$$\textcircled{1} \text{圖 a} [\sum M_g = 0]: 20(15) - K_y(20) = 0$$

$$\Rightarrow K_y = 15 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\textcircled{2} \text{圖 a} [\sum F_y = 0]: V_{gR} - 20 + 15 = 0$$

$$\Rightarrow V_{gR} = 5 \text{ kN}$$

$$\textcircled{3} \text{圖 b} [\sum F_x = 0]: A_x = 0$$

$$\textcircled{4} \text{圖 b} [\sum M_e = 0]: A_y(20) + (10 + 5)(10) = 0$$

$$\Rightarrow A_y = -7.5 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$\textcircled{5} \text{圖 b} [\sum F_y = 0]: E_y - 7.5 - 15 = 0$$

$$\Rightarrow E_y = 22.5 \text{ kN} (\uparrow)$$

(2) (反力) → (內力)

• 依據剖面法

$$\textcircled{1} \text{圖 c} [\sum M_e = 0]: 7.5(20) - N_{no}(5) = 0$$

$$\Rightarrow N_{no} = 30 \text{ kN} (\text{拉力})$$

$$\textcircled{2} \text{圖 c} [\sum F_y = 0]: 7.5 + \frac{1}{\sqrt{2}} N_{ne} = 0$$

$$\Rightarrow N_{ne} = -10.61 \text{ kN} (\text{壓力})$$

$$\textcircled{3} \text{圖 c} [\sum M_n = 0]: 7.5(15) + N_{de}(5) = 0$$

$$\Rightarrow N_{de} = -22.5 \text{ kN} (\text{壓力})$$

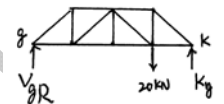


圖 a

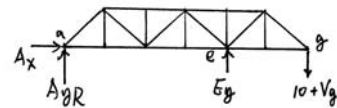


圖 b

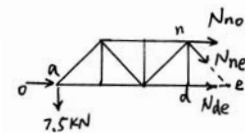


圖 c

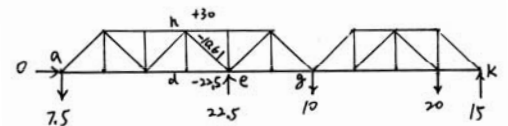
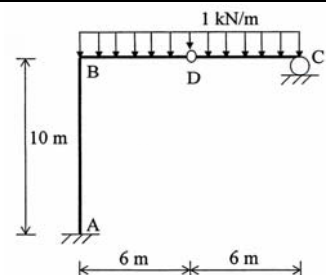


圖 d : (單位 kN)

Ans : 各支承反力及桿力如圖 d 所示。

※本題請參考“實力結構學精修講義—〔上冊 P3-49 例 3-27〕”

二、如圖所示剛架結構在 D 點處為鉸接。 BC 桿件承受 1 kN/m 之垂直載重。應用單位力法求 C 點之轉角與水平位移。各桿件之 E 、 I 均相同。(25 分)



【解題老師】林冠丞 老師

• 100 年土木高考試題 •

參考解答

(1) (外力) → (內力)

- 依據力的平衡

考慮真實荷重作用 (圖 a), 計算 M_x 。

再考慮單位虛荷重作用 (圖 b 及 c), 計算 m_x 。

列表計算如下:

分段	原點	範圍	M_x	m_{x1} for θ_C	m_{x2} for Δ_{CH}
AB	B	0~10 m	-36	1	x
BC	C	0~12 m	$3x - x^2/2$	$x/6 - 1$	0

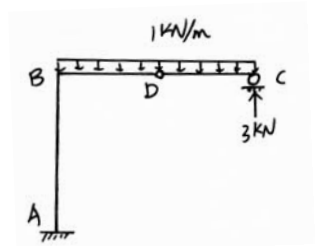


圖 a: M_x

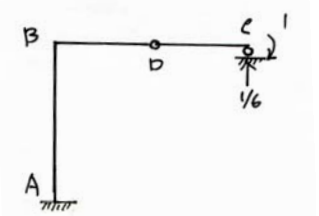


圖 b: m_x for θ_C

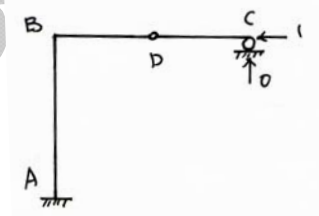


圖 c: m_x for Δ_{CH}

(2) (內力) → (變位)

- 依據單位力法

$$\theta_C = \Sigma \left[\int \frac{M_x m_{x1}}{EI} dx \right]$$

$$= \frac{1}{EI} \left[\int_0^{10} (-36)(1) dx + \int_0^{12} (3x - x^2/2)(x/6 - 1) dx \right]$$

$$= -\frac{432 \text{ kN}\cdot\text{m}^2}{EI} \quad (\curvearrowright)$$

$$\Delta_{CH} = \Sigma \left[\int \frac{M_x m_{x2}}{EI} dx \right] = \frac{1}{EI} \left[\int_0^{10} (-36)(x) dx + 0 \right]$$

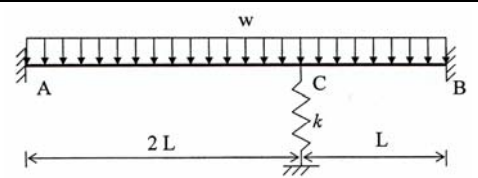
$$= -\frac{1800 \text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI} \quad (\rightarrow)$$

Ans: $\theta_C = \frac{432 \text{ kN}\cdot\text{m}^2}{EI} \quad (\curvearrowright); \Delta_{CH} = \frac{1800 \text{ kN}\cdot\text{m}^3}{EI} \quad (\rightarrow)$

※本題請參考“實力結構學精修講義－〔上冊 P4-46 例 4-31〕”

三、如圖所示梁結構，支承 C 處為彈性支承。應用直接勁度法分析求得 C 點之垂直位移與轉角，並求固接端 A、B 之反力矩。各桿件之

$E、I$ 均相同。 $k = \frac{24EI}{L^3}$ 。(25 分)



【解題老師】林冠丞 老師

• 100 年土木高考試題 •

參考解答

(1) 準備工作

- 座標設定 (圖 a 及圖 b)
- 依據疊加原理 (原結構) = (圖 c 結構) + (圖 d 結構)
- 由圖 c 可得固端彎矩

$$[Q^F] = \begin{bmatrix} -wL^2/3 \\ wL^2/3 \\ -wL^2/12 \\ wL^2/12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

提醒您~
技師報名日期：8/16~8/25
“一律採網路報名”

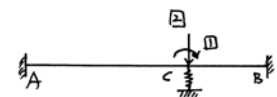


圖 a

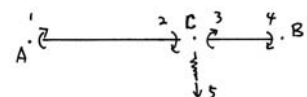


圖 b

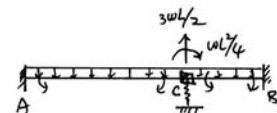


圖 c

- 由圖 d 可得等值節點荷重

$$[R] = \begin{bmatrix} -wL^2/4 \\ 3wL/2 \end{bmatrix}$$

(2) (結構型式) → (勁度矩陣)

- 依據勁度係數的定義

圖 e: 令 $r_1 = 1, r_2 = 0$, 可得

$$K_{11} = \frac{4EI}{(2L)} + \frac{4EI}{L} = \frac{6EI}{L}$$

$$K_{21} = -\frac{6EI}{(2L)^2} + \frac{6EI}{L^2} = \frac{9EI}{2L^2}$$

圖 f: 令 $r_2 = 1, r_1 = 0$, 可得

$$K_{12} = K_{21} = \frac{9EI}{2L^2}$$

$$K_{22} = \frac{12EI}{(2L)^3} + \frac{12EI}{L^3} + \frac{24EI}{L^3} = \frac{75EI}{2L^3}$$

$$\therefore [K] = EI \begin{bmatrix} 6/L & 9/2L^2 \\ 9/2L^2 & 75/2L^3 \end{bmatrix}$$

(3) (外力矩陣) → (變位矩陣)

- 依據勁度矩陣連結外力-變位關係

$$[r] = [K]^{-1} [R]$$

或

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 6/L & 9/2L^2 \\ 9/2L^2 & 75/2L^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -wL^2/4 \\ 3wL/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -43wL^3/546EI \\ 9wL^4/182EI \end{bmatrix}$$

(4) (變位矩陣) → (內力矩陣)

- 依據內力轉換關係

$$[Q] = [T][r] + [Q^F]$$

或

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI/L & -3EI/2L^2 \\ 2EI/L & 6EI/L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -43wL^3/546EI \\ 9wL^4/182EI \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -wL^2/3 \\ wL^2/12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -177wL^2/364 \\ 81wL^2/364 \end{bmatrix}$$

Ans: • C 點變位
 $\Delta_C = 9wL^4/182EI$ (↓), $\theta_C = 43wL^3/546EI$ (↺)
 • 固端反力
 $M_A = 177wL^2/364$ (↺), $M_B = 81wL^2/364$ (↻)

※本題請參考“實力結構學精修講義—〔矩陣 P4-13 例 4.5〕”

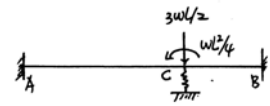


圖 d

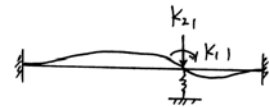


圖 e: $r_1 = 1, r_2 = 0$



圖 f: $r_2 = 1, r_1 = 0$

土木考試最新動態

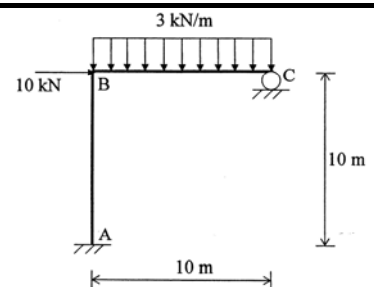
考選部擬將技師考試分為兩階段，
 初試通過後必須加幾年工作經驗才得參加複試，
 複試通過才能取得技師證照。
 這項改革若確定實施，將會增加證照取得難度
 建議同學們盡早應考，加緊腳步拿下證照

實力網站上提供高普考部份科目解答

<http://www.shi-li.com.tw/>

實力技師“題型班”含最新試題完整詳解

四、應用傾角變位法分析求得各支承反力並繪剪力圖與彎矩圖。各桿件之 E 、 I 均相同。(25 分)



【解題老師】林冠丞 老師

• 100 年土木高考試題 •

參考解答

(1) 準備工作

- 判別自由度及待求桿端彎矩
本題有兩個自由度 (圖 a)，其對應的待求桿端彎矩如圖 b 所示。
- 計算相對 $2EK$ 值

$$2EK_{AB} : 2EK_{BC} = \frac{2EI}{10} : \frac{2EI}{10} = K : K$$

$$\left(\text{令 } K = \frac{EI}{5} \right)$$

- 計算固端彎矩 (圖 c)

$$H_{BC}^F = -\frac{wL^2}{8} = -\frac{(3)(10)^2}{8} = -37.5 \text{ kN-m}$$

(2) (變位) → (變形)

- 依據變位的諧合
由結點變位連線 (圖 d)，可得

$$R_{AB} : R_{BC} = R : 0$$

(3) (變形) → (內力)

- 依據桿端彎矩方程式
 $M_{AB} = K(\theta_B - 3R)$
 $M_{BA} = K(2\theta_B - 3R)$
 $M_{BC} = K(1.5\theta_B) - 37.5$

(4) (內力) → (外力)

- 依據力的平衡

$$\text{圖 e} [\sum M_B = 0] : M_{BA} + M_{BC} = 0$$

或

$$3.5K\theta_B - 3KR = 37.5 \quad \dots(a)$$

$$\text{圖 f} [\sum F_x = 0] : \frac{M_{AB} + M_{BA}}{10} + 10 = 0$$

或

$$3K\theta_B - 6KR = -100 \quad \dots(b)$$

聯立(a)及(b)式，可得

$$K\theta_B = 43.75, \quad KR = 38.54$$

將 $K\theta_B$ 及 KR 值代回步驟(3)，可得各桿端彎矩 (圖 g)，再進一步求支承反力 (圖 h)。

最後，再繪製剪力圖 (圖 i) 及彎矩圖 (圖 j)。

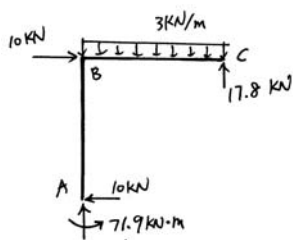


圖 h 支承反力

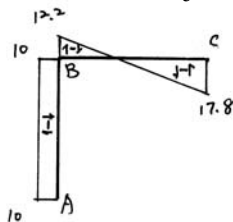


圖 i: 剪力圖 (單位 kN)

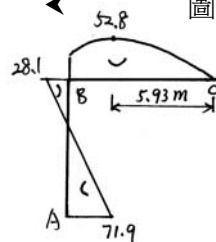


圖 j: 彎矩圖 (單位 kN-m)

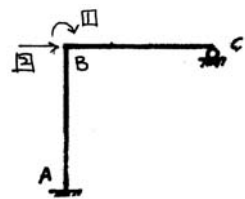


圖 a

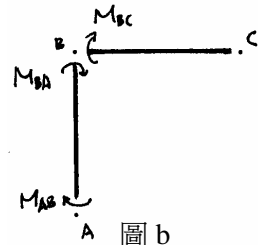


圖 b

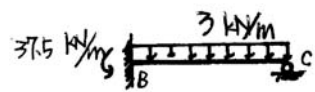


圖 c

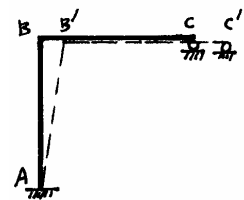


圖 d

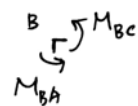


圖 e

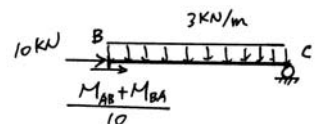


圖 f

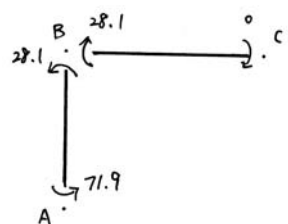


圖 g: 桿端彎矩 (單位 kN-m)

技師高考【題型班】

9/05(一) 18:30 土力開課

9/08(四) 18:30 材力開課

9/10(六) 18:00 測量開課

~ 歡迎免費試聽 ~