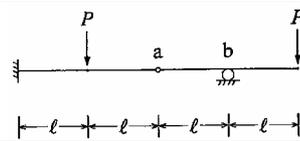


九十六年公務人員普通考試試題結構學概要與鋼筋混凝土學概要參考題解

一、如右圖所示梁桿件，撓曲剛度為  $EI$ 。繪剪力圖及彎矩圖，並求  $b$  點的轉角。(25 分)



• 96 年土木普考試題 •

**問題剖析**

(1) 已知：

- 撓曲剛度  $\Rightarrow EI$
- 外力  $\Rightarrow P$

(2) 待求：

- 內力圖  $\Rightarrow$  剪力圖、彎矩圖
- 變位  $\Rightarrow \theta_b$

(3) 題型：靜定梁 > 變位

(4) 方法：共軛梁法

(5) 思路：(外力)  $\rightarrow$  (內力)  $\rightarrow$  (內力圖)  $\rightarrow$  (變位)

**參考題解**

(1) (外力)  $\rightarrow$  (內力)

- 依據力的平衡  
分別考慮  $ac$  段及  $ea$  段分離體圖 (圖 a)，可得各支承反力。

(2) (內力)  $\rightarrow$  (內力圖)

- 依據面積法  
繪製剪力圖，如圖 b 所示。彎矩圖，如圖 c 所示。

(3) (內力圖)  $\rightarrow$  (變位)

- 依據共軛梁法  
繪製共軛梁 (圖 d)

$$F_1 = \left( \frac{Pl}{EI} \right) (\ell) = \frac{Pl^2}{EI} \quad F_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{Pl^2}{2EI}$$

另取圖 e 可得

$$[\Sigma M_a = 0]: F_1 \left( \frac{3}{2} \ell \right) + F_2 \left( \frac{4}{3} \ell \right) - \bar{V}_B (\ell) = 0$$

$$\Rightarrow \bar{V}_B = \frac{13Pl^2}{6EI} = \theta_B$$

Ans :  $\left\{ \begin{array}{l} \text{(一) 剪力圖如圖 b 所示。彎矩圖如圖 c 所示。} \\ \text{(二) } b \text{ 點轉角 } \theta_b = \frac{13Pl^2}{6EI} (\curvearrowright) \end{array} \right.$

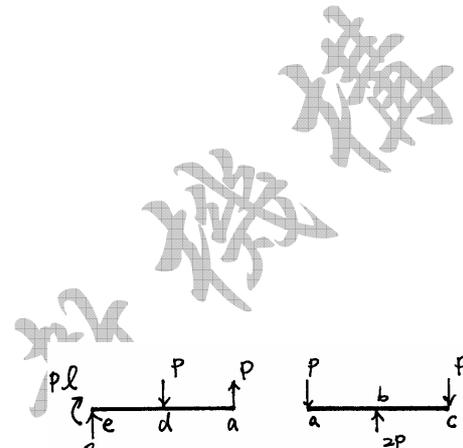


圖 a

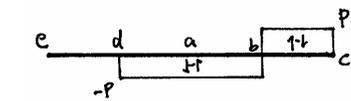


圖 b：剪力圖

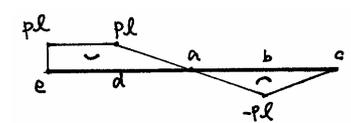


圖 c：彎矩圖

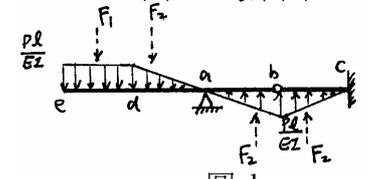


圖 d

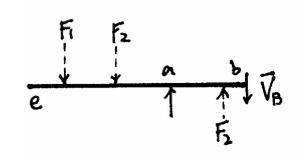
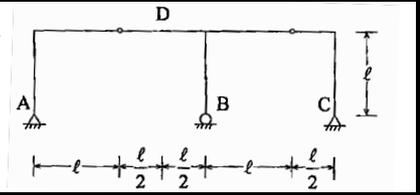


圖 e

二、如右圖所示剛架，分別求 A 點水平、垂直反力的影響線圖，及 D 點剪力、彎矩的影響線圖。(25 分)



• 96 年土木普考試題 •

**問題剖析**

- (1) 已知：
  - 結構型式
  - 外力  $\Rightarrow$  單位垂直力
- (2) 待求：
  - 內力影響線  $\Rightarrow A_x, A_y, V_D, M_D$
- (3) 題型：靜定剛架 > 影響線
- (4) 方法：要點分析法
- (5) 思路：(單位力)  $\rightarrow$  (影響值)  $\rightarrow$  (影響線)

**參考題解**

(1) (單位力)  $\rightarrow$  (影響值)

- 依據影響線的定義

分別施加一單位力於分段點，利用力平衡求解影響值。

節點	E	F	D	G	H
$A_x$	0	-1	/	1	0
$A_y$	1	-1	/	1	0
$V_D$	0	-2	$-3/2, -1/2$	1	0
$M_D$	0	$-\ell$	$-\ell/4$	$\ell/2$	0

(2) (影響值)  $\rightarrow$  (影響線)

- 依據“靜定結構反、內力影響線為直線”繪各影響線如圖 b~e 所示。

- Ans : { (一) A 點水平反力 I.L. 如圖 b 所示。  
 A 點垂直反力 I.L. 如圖 c 所示。  
 (二) D 點剪力 I.L. 如圖 d 所示。  
 D 點彎矩 I.L. 如圖 e 所示。

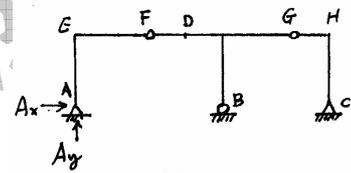


圖 a

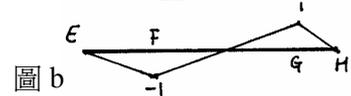


圖 b

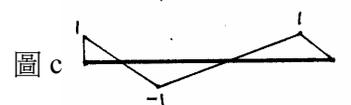


圖 c

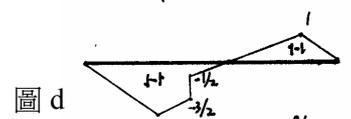


圖 d

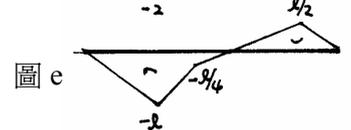
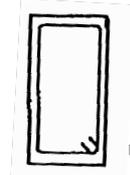


圖 e

- 三、梁寬 25 cm，深 50 cm，若此梁中央斷面下層為拉力鋼筋將配置 3-D19 及 2-D25，上層為壓力鋼筋配置 2-D19，箍筋採用 D10，且其保護層及上下層間距依規範規定，試求：
- (一)請依規範規定，將此斷面安排適宜之鋼筋配置方式（請務必作必要之檢核及說明），並將成果以斷面圖表示之（如右圖）。(5 分)
- (二)施工時，保護層及鋼筋間淨間距均依規範規定，請詳細計算此梁斷面之有效深度  $d$  值。(5 分)
- (三)若以雙筋梁計算，則此梁中央斷面之計算彎矩強度 (nominal flexural strength)  $M_n$  值為何？(15 分)



• 96 年土木普考試題 •

### 問題剖析

上下保護層厚度檢核→同層平行鋼筋間之淨距檢核→兩層鋼筋間之淨距檢核。  
計算有效深度→假設破壞時拉力、壓力鋼筋是否降伏→檢核假設→計算彎矩強度。

### 參考題解

本題根據「土木 401-93」(ACI 318-02) 規範版本求解

(一)假設此梁不受風雨侵襲且不與土壤接觸，設計結果如圖所示，其中側面保護層厚度為 4 cm

#### 1. 上下保護層厚度檢核

規範要求鋼筋最小保護層厚度為 4 cm

$$\text{設計結果上下保護層厚度} = 6 - \frac{1.91}{2} - 0.95 = 4.095 \text{ (cm)} > 4 \text{ (cm)} \quad \text{O.K.}$$

#### 2. 同層平行鋼筋間之淨距檢核

規範要求同層平行鋼筋間之淨距應  $\geq \text{Max}(d_b, 2.5 \text{ cm}, \text{粗粒料標稱粒徑 } 1.33 \text{ 倍})$ ，但本題因未給粗粒料標稱粒徑，故此處不考慮

$$(1) \text{壓力鋼筋間之淨距} = 25 - (2 \times 4 + 2 \times 0.95 + 2 \times 1.91) = 11.28 \text{ (cm)}$$

$$11.28 \text{ (cm)} > \text{Max}(d_b, 2.5) = 2.5 \text{ (cm)} \quad \dots(\text{O.K.})$$

$$(2) \text{下層拉力鋼筋間之淨距} = \frac{25 - (2 \times 4 + 2 \times 0.95 + 3 \times 1.91)}{2} = 4.69 \text{ (cm)}$$

$$4.69 \text{ (cm)} > \text{Max}(d_b, 2.5) = 2.5 \text{ (cm)} \quad \dots(\text{O.K.})$$

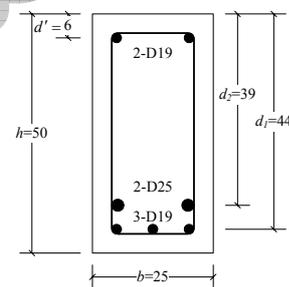
$$(3) \text{上層拉力鋼筋間之淨距} = 25 - (2 \times 4 + 2 \times 0.95 + 2 \times 2.54) = 10.02 \text{ (cm)}$$

$$10.02 \text{ (cm)} > \text{Max}(d_b, 2.5) = 2.54 \text{ (cm)} \quad \dots(\text{O.K.})$$

#### 3. 兩層鋼筋間之淨距檢核

規範要求若鋼筋分置兩層以上，各鋼筋需上下對齊不得錯列，且兩層間之淨距應  $\geq 2.5 \text{ cm}$

$$(1) \text{設計結果拉力鋼筋兩層間各鋼筋需上下對齊} \quad \dots(\text{O.K.})$$



(2)設計結果拉力鋼筋兩層間之淨距

$$= 44 - 39 - \left( \frac{1.91}{2} + \frac{2.54}{2} \right) = 2.775 \text{ (cm)} > 2.5 \text{ (cm)} \quad \dots(\text{O.K.})$$

(二)下層拉力鋼筋深度  $d_1 = 44$  (cm) 上層拉力鋼筋深度  $d_1 = 39$  (cm)

$$\text{拉力鋼筋有效深度 } d = \frac{(3 \times 2.87 \times 44 + 2 \times 5.07 \times 39)}{(3 \times 2.87 + 2 \times 5.07)} = 41.30 \text{ (cm)}$$

(三)

1. 假設破壞時所有拉力鋼筋已降伏、壓力鋼筋尚未降伏

$$\text{混凝土壓力 } C_c = 0.85 f'_c \beta_1 x b = 0.85 \times 210 \times 0.85 \times 25 \times x \times 10^{-3} = 3.79x \text{ (tf)}$$

壓力鋼筋壓力

$$C_s = 2 \times 2.87 \times \left( 2.04 \times 10^6 \times \frac{0.003(x-6)}{x} - 0.85 \times 210 \right) \times 10^{-3} = 34.10 - \frac{210.77}{x} \text{ (tf)}$$

$$\text{拉力鋼筋拉力 } T_s = A_s f_y = (3 \times 2.87 + 2 \times 5.07) \times 4200 \times 10^{-3} = 78.75 \text{ (tf)}$$

斷面內  $C_c + C_s = T_s$  之條件

$$3.79x + 34.10 - \frac{210.77}{x} = 78.75 \rightarrow \text{解得 } x = 15.39 \text{ (cm)}$$

$$\text{代回得混凝土壓力 } C_c = 58.33 \text{ (tf)} \quad \text{壓力鋼筋壓力 } C_s = 20.42 \text{ (tf)}$$

2. 檢核

下層拉力鋼筋應變

$$\varepsilon_{t1} = \frac{0.003(d_{t1} - x)}{x} = \frac{0.003 \times (44 - 15.39)}{15.39} = 0.0056 > \varepsilon_y = 0.002 \quad \dots(\text{O.K.})$$

上層拉力鋼筋應變

$$\varepsilon_{t2} = \frac{0.003(d_{t2} - x)}{x} = \frac{0.003 \times (39 - 15.39)}{15.39} = 0.0046 > \varepsilon_y = 0.002 \quad \dots(\text{O.K.})$$

壓力鋼筋應變

$$\varepsilon'_s = \frac{0.003(x - d')}{x} = \frac{0.003 \times (15.39 - 6)}{15.39} = 0.0018 < \varepsilon_y = 0.002 \quad \dots(\text{O.K.})$$

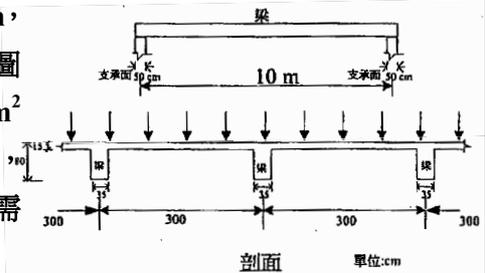
與原假設均符合

3. ∴ 所有拉力鋼筋均降伏

$$\therefore \text{計算彎矩強度 } M_n = C_c \left( d - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + C_s (d - d')$$

$$= \left( 58.33 \times \left( 41.30 - \frac{0.85 \times 15.39}{2} \right) + 20.42 \times (41.30 - 6) \right) \times 10^{-2} = 27.48 \text{ (tf-m)}$$

四、單跨梁，寬度 10 m，橫向梁中心距為 3 m，版厚 15 cm，梁腹寬 35 cm，深度 80 cm，有效深度 73 cm。如圖所示除了自重外，此版另承受均佈靜載重 200 kgf/m<sup>2</sup> 和活載重 600 kgf/m<sup>2</sup>。假設此梁結構形式為簡支梁，若梁剪力筋採用 D10 鋼筋，試求梁端支承面處所需剪力筋間距為何？(25 分)



• 96 年土木普考試題 •

**問題剖析**

計算自重  $w_{D1}$  → 設計載重  $w_u$  → 設計剪力  $V_u$  → 剪力鋼筋間距  $S = \frac{A_v f_y d}{\left(\frac{V_u}{\phi} - V_c\right)}$  → 檢核  $S_{max}$

**參考題解**

I. 本題根據「土木 401-93」(ACI 318-02) 規範版本求解

(1) 假設鋼筋混凝土單位重  $\gamma = 2400 \text{ kgf/m}^3$

取版中點至中點為一單元進行分析

$$\text{單位長度自重 } w_{D1} = 2400 \times (3 \times 0.15 + 0.35 \times (0.8 - 0.15)) = 1626 \text{ kgf/m}$$

$$\text{單位長度靜載重 } w_{D2} = 200 \times 1 \times 3 = 600 \text{ kgf/m}$$

$$\text{單位長度活載重 } w_L = 600 \times 1 \times 3 = 1800 \text{ kgf/m}$$

$$\begin{aligned} \text{單位長度設計載重 } w_u &= 1.2 \times (w_{D1} + w_{D2}) + 1.6 \times w_L \\ &= 1.2 \times (1626 + 600) + 1.6 \times 1800 = 5551.2 \text{ kgf/m} \end{aligned}$$

$$\text{支承面之設計剪力 } V_u = 5551.2 \times \left(\frac{10}{2} - 0.25 - 0.73\right) = 22315.82 \text{ kgf}$$

(2) 混凝土之計算剪力強度  $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \times \sqrt{210} \times 35 \times 73 = 19623.50 \text{ kgf}$

$$\text{剪力鋼筋所需提供之計算剪力強度 } V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{22315.82}{0.75} - 19623.50 = 10130.93 \text{ kgf}$$

$$\text{剪力鋼筋間距 } S = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{(0.71 \times 2) \times 2800 \times 73}{10130.93} = 28.65 \text{ cm}$$

$$\therefore V_s \leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 39247 \text{ kgf}$$

$$\therefore \text{規範規定剪力鋼筋間距上限 } S_{max} = \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 60, \frac{A_v f_y}{3.5 b_w}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f'_c} b_w} \right)$$

$$= \text{Min}(36.5, 60, 32.46, 39.20) = 32.46 \text{ cm} > S = 28.65 \text{ cm} \quad \dots \text{ (OK.)}$$

考慮施工便利，取剪力鋼筋間距  $S = 28 \text{ cm}$  ... (Ans)

## II. 根據「土木 401-86a」(ACI 318-95) 規範版本求解

(1) 假設鋼筋混凝土單位重  $\gamma = 2400 \text{ kgf/m}^3$

取版中點至中點為一單元進行分析

$$\text{單位長度自重 } w_{D1} = 2400 \times (3 \times 0.15 + 0.35 \times (0.8 - 0.15)) = 1626 \text{ kgf/m}$$

$$\text{單位長度靜載重 } w_{D2} = 200 \times 1 \times 3 = 600 \text{ kgf/m}$$

$$\text{單位長度活載重 } w_L = 600 \times 1 \times 3 = 1800 \text{ kgf/m}$$

單位長度設計載重

$$w_u = 1.4 \times (w_{D1} + w_{D2}) + 1.7 \times w_L = 1.4 \times (1626 + 600) + 1.7 \times 1800 = 6176.4 \text{ kgf/m}$$

$$\text{支承面之設計剪力 } V_u = 6176.4 \times \left( \frac{10}{2} - 0.25 - 0.73 \right) = 24829.13 \text{ kgf}$$

2. 混凝土之計算剪力強度

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \times \sqrt{210} \times 35 \times 73 = 19623.50 \text{ kgf}$$

$$\text{剪力鋼筋所需提供之計算剪力強度 } V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{24829.13}{0.85} - 19623.50 = 9587.24 \text{ kgf}$$

$$\text{剪力鋼筋間距 } S = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{(0.71 \times 2) \times 2800 \times 73}{9587.24} = 30.27 \text{ cm}$$

$$\therefore V_s \leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d = 39247 \text{ kgf}$$

$\therefore$  規範規定剪力鋼筋間距上限

$$S_{max} = \text{Min} \left( \frac{d}{2}, 60, \frac{A_v f_y}{3.5 b_w} \right)$$

$$= \text{Min} (36.5, 60, 32.46, 39.20) = 32.46 \text{ (cm)} > S = 30.27 \text{ (cm)} \quad \dots \text{ (OK.)}$$

考慮施工便利，取剪力鋼筋間距  $S = 30 \text{ (cm)}$

$\dots \text{ (Ans)}$